08/01/2022

[This question paper contains 16 printed pages.]

Your Roll No.....

Sr. No. of Question Paper : 2070 I

Unique Paper Code : 2272101101

Name of the Paper : Introductory Microeconomics

Name of the Course : **BA (H) Economics**

Semester : I

Duration : 3 Hours Maximum Marks : 90

Instructions for Candidates

1. Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.
2. Attempt any **five** questions.
3. **All** questions carry equal marks.
4. Use of simple calculator is allowed.
5. Answers may be written either in English or Hindi; but the same medium should be used throughout the pape

P.T.O.

छात्रों के लिए निर्देश

1. इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए।
2. किन्हीं पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिये।
3. सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।
4. साधारण कैलकुलेटर उपयोग की अनुमति है।
5. इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिंदी किसी एक भाषा में दीजिए, लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए।

1. (a) Differentiate between positive and normative economics. Are the following statement positive or normative?

(i) Annual GDP growth rate should be 8%.

(ii) More subsidies will increase the overall expenditure of the government. (4)

(b) "If a certain trade is good for one person, it is always good for the other one." Is this statement correct? Explain your answer. (4)

(c) Suppose that there are 10,000 workers in Denmark and that each of these workers can produce either 2 computers or 30 units of wine in a year.

(i) What is the opportunity cost of producing a computer in Denmark?

(ii) What is the opportunity cost of producing a wine in Denmark?

(iii) Draw Denmark's production possibilities frontier. If Denmark chooses to consume 10,000 computers, then how much wine can it consume without trade? Label this point on the production possibility frontier.

(iv) Now suppose that the United States offers to buy 10,000 computers from Denmark in

exchange for 20 units of wine per computer. If Denmark continues to consume 10,000 computers, how much wine will Denmark be able to consume after this deal?

(10)

(क) सकारात्मक और मानक अर्थशास्त्र के बीच अंतर बताइए। क्या निम्नलिखित कथन सकारात्मक या मानक है?

(i) वार्षिक जीडीपी वृद्धि दर 8% होनी चाहिए।

(ii) अधिक सब्सिडी से सरकार का कुल व्यय बढ़ेगा।

(ख) "यदि कोई निश्चित व्यापार एक व्यक्ति के लिए अच्छा है, तो यह हमेशा दूसरे के लिए भी अच्छा होता है।" क्या यह कथन सही है? अपना उत्तर स्पष्ट कीजिए।

(ग) मान लीजिए कि डेनमार्क में 10,000 कर्मचारी हैं और इनमें से प्रत्येक कर्मचारी एक वर्ष में या तो 2 कंप्यूटर या 30 यूनिट वाइन का उत्पादन कर सकता है।

(i) डेनमार्क में एक कंप्यूटर के उत्पादन की अवसर लागत क्या है?

(ii) डेनमार्क में एक वाइन के उत्पादन की अवसर लागत क्या है?

(iii) डेनमार्क की उत्पादन संभावना सीमा रेखा खींचिए। यदि डेनमार्क 10,000 कंप्यूटर का उपभोग करना चुनता है, तो वह बिना व्यापार के कितनी वाइन का उपभोग कर सकता है? उत्पादन संभावना सीमा रेखा पर इस बिंदु को लेबल कीजिए।

(iv) अब मान लीजिए कि संयुक्त राज्य अमेरिका डेनमार्क से 20 यूनिट वाइन प्रति कंप्यूटर के बदले 10,000 कंप्यूटर खरीदने की पेशकश करता है। यदि डेनमार्क 10,000 कंप्यूटर का उपभोग करना जारी रखता है, तो इस सौदे के बाद डेनमार्क कितनी वाइन का उपभोग कर पाएगा?

2. (a) An early monsoon in India destroyed the production of oranges. Explain what happens to consumer surplus in the market for oranges. Explain what happens to consumer surplus in the market for **orange juice**. Explain your answer with diagrams. (6)

(b) Suppose the price elasticity of demand for salt is about 0.4. If one kg of salt currently costs 50 and the government wants to reduce its consumption by 20 percent, by how much should it increase the price? (6)

(c) Using the information given in the table below, calculate cross price elasticity of the good X with respect to Y (using mid-point method). How are the two goods related? Comment. (6)

	BEFORE		AFTER	
	Price ( )	Quantity	Price ( )	Quantity
X	200	40	200	60
Y	400	30	500	20

(क) भारत में जल्दी मानसून आने से संतरे का उत्पादन नष्ट हो गया। संतरे के बाजार में उपभोक्ता अधिशेष का क्या होता है, इसकी व्याख्या कीजिए। संतरे के जूस के बाजार में उपभोक्ता अधिशेष का क्या होता है, इसकी व्याख्या कीजिए। अपने उत्तर को आरेखों के साथ स्पष्ट कीजिए।

(ख) मान लीजिए नमक की मांग की कीमत लोच लगभग 0.4 है। यदि एक किलो नमक की कीमत वर्तमान में ₹50 है और सरकार इसकी खपत में 20 प्रतिशत की कमी करना चाहती है, तो उसे कीमत में कितनी वृद्धि करनी चाहिए?

(ग) नीचे दी गई तालिका में दी गई जानकारी का उपयोग करके, Y के संबंध में वस्तु X की क्रॉस कीमत लोच की गणना कीजिए (मध्य-बिंदु विधि का उपयोग करके)। दोनों वस्तुएँ किस प्रकार संबंधित हैं? टिप्पणी कीजिए।

	पहले		बाद में	
	कीमत (₹)	मात्रा	कीमत (₹)	मात्रा
X	200	40	200	60
Y	400	30	500	20

3. (a) Suppose a country does not allow imports of clothing. In its equilibrium without trade, a jacket costs 200 and the equilibrium quantity is 30,000 jackets. Once they open for trade the market price of a jacket falls to the world price of 160. The number of jackets consumed in the country rises to 40,000 while the number of jackets produced declines to 10,000.

(i) Draw a graph for the above situation and label all the points clearly.

(ii) Calculate the change in consumer surplus, producer surplus, and total surplus that results from opening up trade. (8)

(b) What is price floor? What will be the impact on the market outcome if the government imposes a price floor on a commodity at a price below its equilibrium price? (4)

(c) Using supply-and-demand diagrams, show the effect of the following events on the market for cotton sarees.

(i) A bad weather condition damages the cotton crop and simultaneously the price of other sarees fall.

(ii) New knitting machines are invented.

(6)

(क) मान लीजिए कि कोई देश कपड़ों के आयात की अनुमति नहीं देता है। व्यापार के बिना अपने संतुलन में, एक जैकेट की कीमत 200 है और संतुलन मात्रा 30,000 जैकेट है। एक बार जब वे व्यापार के लिए खुल जाते हैं तो जैकेट का बाजार मूल्य 160 की विश्व कीमत पर गिर जाता है। देश में खपत की गई जैकेटों की संख्या बढ़कर 40,000 हो जाती है जबकि उत्पादित जैकेटों की संख्या घटकर 10,000 हो जाती है।

(i) उपरोक्त स्थिति के लिए एक ग्राफ बनाएं और सभी बिंदुओं को स्पष्ट रूप से लेबल कीजिए।

(ii) व्यापार खोलने से उपभोक्ता अधिशेष, उत्पादक अधिशेष और कुल अधिशेष में परिवर्तन की गणना कीजिए।

(ख) प्राइस फ्लोर क्या है? यदि सरकार किसी वस्तु पर उसके संतुलन मूल्य से कम कीमत पर प्राइस फ्लोर लागू करती है तो बाजार के परिणाम पर क्या प्रभाव पड़ेगा?

(ग) आपूर्ति-और-मांग आरेखों का उपयोग करते हुए, सूती साड़ियों के बाजार पर निम्नलिखित घटनाओं के प्रभाव को दर्शाइए।

(i) खराब मौसम की स्थिति कपास की फसल को नुकसान पहुँचाती है और साथ ही साथ अन्य साड़ियों की कीमत गिर जाती है।

(ii) नई बुनाई मशीनों का आविष्कार किया जाता है।

4. (a) Is it possible for a reduction in the tax rate to increase the revenue collected and reduce the deadweight loss? Explain in detail using graphs. (6)

(b) If the market for sugar has very elastic supply and very inelastic demand, how would the burden of a tax on sugar be shared between consumers and producers? (4)

(c) Draw a budget constraint and indifference curves for Burger and Soda assuming both are normal goods. Show what happens to the budget constraint and the consumer's optimum when the price of burger rises. In your diagram, decompose the change into an income effect and a substitution effect. (8)

(क) क्या कर की दर में कमी से एकत्रित राजस्व में वृद्धि और डेडवेट हानि में कमी संभव है? ग्राफ का उपयोग करके विस्तार से समझाएँ।

(ख) यदि चीनी के बाजार में बहुत लोचदार आपूर्ति और बहुत अलोचदार माँग है, तो चीनी पर कर का बोझ उपभोक्ताओं और उत्पादकों के बीच कैसे साझा किया जाएगा?

(ग) बर्गर और सोडा के लिए बजट बाधा और उदासीनता वक्र बनाएँ, यह मानते हुए कि दोनों सामान्य वस्तुएँ हैं। यह दर्शाए कि बर्गर की कीमत बढ़ने पर बजट बाधा और उपभोक्ता के इष्टतम पर क्या प्रभाव पड़ता है। अपने आरेख में, परिवर्तन को आय प्रभाव और प्रतिस्थापन प्रभाव में विघटित कीजिए।

5. (a) Differentiate between a public good and a common resource using examples. What is the major reason for market failure? (6)

(b) What are corrective taxes? Is it a better way to protect the environment from pollution than regulations? (6)

(c) Alcohol consumption can lead to more accidents of people who do not drink. What kind of externality does alcohol exhibit? Draw market for alcohol and label the market equilibrium and the socially efficient level of output. (6)

(क) उदाहरणों का उपयोग करके सार्वजनिक वस्तु और सामान्य संसाधन के बीच अंतर कीजिए। बाजार की विफलता का मुख्य कारण क्या है?

(ख) सुधारात्मक कर क्या हैं? क्या यह विनियमन की तुलना में पर्यावरण को प्रदूषण से बचाने का बेहतर तरीका है?

(ग) शराब के सेवन से उन लोगों की दुर्घटनाएँ अधिक हो सकती हैं जो शराब नहीं पीते हैं। शराब किस प्रकार की बाह्यता प्रदर्शित करती है? शराब के लिए बाजार बनाएँ और बाजार संतुलन और उत्पादन के सामाजिक रूप से कुशल स्तर को लेबल कीजिए।

6. (a) What is game of strategy? Give some examples. (4)

(b) Why are Indifference Curves bowed inward? Draw indifference curves of perfect complements and perfect substitutes. (6)

(c) Explain how an increase in the wage can potentially decrease the amount that a person wants to work. (8)

(क) रणनीति का खेल क्या है? कुछ उदाहरण दें।

(ख) उदासीनता वक्र अंदर की ओर क्यों झुके होते हैं? पूर्ण पूरक और पूर्ण प्रतिस्थापन के उदासीनता वक्र बनाएँ।

(ग) यह समझाएँ कि वेतन में वृद्धि संभावित रूप से उस मात्रा को कैसे कम कर सकती है जिसपर कोई व्यक्ति काम करना चाहता है।

7. (a) *Free markets produce the quantity of goods that maximizes the sum of consumer and producer surplus.* Explain this statement using graph. (6)

(b) What are the actions that can be taken by players to address asymmetric information in a game? (4)

(c) Suppose that a market for soap is described by the following supply and demand functions: Qs = 3P and Qd = 200 – P where P is price of soap. Calculate the equilibrium price and quantity of soaps. Suppose a tax of ₹40 is imposed on sellers. Solve for the new equilibrium. What happens to the price received by seller, price paid by the buyers and quantity sold? Calculate the deadweight loss due to this tax. (8)

(क) मुक्त बाजार उन वस्तुओं की मात्रा का उत्पादन करते हैं जो उपभोक्ता और उत्पादक अधिशेष के योग को अधिकतम करती हैं। ग्राफ का उपयोग करके इस कथन की व्याख्या कीजिए।

(ख) खिलाड़ियों द्वारा खेल में असममित जानकारी को संबोधित करने के लिए क्या कार्रवाई की जा सकती है?

(ग) मान लीजिए कि साबुन के लिए एक बाजार को निम्नलिखित आपूर्ति और मांग कार्यों द्वारा वर्णित किया गया है : $Qs = 3P$ और $Qd = 200 - P$ जहाँ P साबुन की कीमत है। साबुन की संतुलन कीमत और मात्रा की गणना कीजिए। मान लीजिए कि विक्रेताओं पर ₹40 का कर लगाया जाता है। नए संतुलन के लिए हल कीजिए। विक्रेता द्वारा प्राप्त मूल्य, क्रेता द्वारा भुगतान की गई कीमत तथा बेची गई मात्रा का क्या होता है? इस कर के कारण होने वाली डेडवेट हानि की गणना कीजिए।

10/01/25

[This question paper contains 12 printed pages.]

Your Roll No..

Sr. No. of Question Paper : 2101 **I**

Unique Paper Code : 2272101102

Name of the Paper : Introductory Mathematical Methods for Economics

Name of the Course : **B.A. (Hons.) Economics**

Semester : I – DSC

Duration : 3 Hours Maximum Marks : 90

Instructions for Candidates

1. Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.
2. The use of scientific calculator is allowed.
3. Answers may be written either in English or Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

छात्रों के लिए निर्देश

1. इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए ।
2. वैज्ञानिक कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है ।
3. इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिंदी किसी एक भाषा में दीजिए, लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए ।

P.T.O.

Attempt any **nine** questions : (9×10=90)

1. (a) Find the equation of the tangent line to the graph of $(x^2 + y^2)^3 = 8x^2y^2$ at the point $(-1, 1)$.

   (b) Estimate the maximum error when approximating $f(x) = \sqrt{x}$ with a second order Taylor polynomial about $x = 4$ in the interval $[4,4.2]$. (5+5)

   (क) आलेख $(x^2 + y^2)^3 = 8x^2y^2$ पर बिंदु $(-1, 1)$ के लिए स्पर्शरेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

   (ख) अंतराल $[4,4.2]$ में $x = 4$ के बारे में द्वितीय क्रम टेलर बहुपद के साथ $f(x) = \sqrt{x}$ के सन्निकटन मान के लिए अधिकतम त्रुटि का अनुमान लगाएं।

2. (a) Consider the function $f(x) = 3^x$, prove that for all real numbers x_1, x_2

$$\frac{3^{x_1} + 3^{x_2}}{2} \geq 3^{\frac{x_1 + x_2}{2}}$$

   (b) Is the statement "$3x \to 7$ as $x \to 1$" true? Using the $\varepsilon\delta$ definition of limits, justify your answer. (5+5)

(क) Consider the function फलन $f(x) = 3^x$, पर विचार कीजिए और सिद्ध कीजिए कि सभी वास्तविक संख्याओं x_1, x_2

के लिए, $\frac{3^{x_1} + 3^{x_2}}{2} \geq 3^{\frac{x_1 + x_2}{2}}$ है।

(ख) क्या कथन "$3x \to 7$, $x \to 1$ के रूप में" सत्य हैं? $\varepsilon\delta$ सीमाओं की परिभाषा का प्रयोग करते हुए अपने उत्तर की व्याख्या कीजिए।

3. (a) Suppose that a function $f(x)$ is convex. Show the restrictions on parameters "a" and "b" that will guarantee that $g(x) = af(x) + b$ is also convex even if f is not differentiable.

(b) Solve the following equation for x (5+5)

$$1 + 2 \log_4(x + 1) = 2\log_2 x$$

(क) मान लीजिए कि एक फलन $f(x)$ उत्तल फलन है। प्राचल "a" और "b" पर प्रतिबंध दर्शाएं जो यह सुनिश्चित करे कि $g(x) = af(x) + b$ भी उत्तल फलन है, भले ही f अवकलनीय न हो।

(ख) x के लिए निम्नलिखित समीकरणों को हल कीजिए।

$$1 + 2\log_4(x + 1) = 2\log_2 x$$

4. Let a and b be numbers, with $0 < a < b < 1$. Define the function f by

$$f(x) = b^x - a^x \text{ for } x \in [0, \infty).$$

(i) Does the extreme value theorem guarantee the existence of maximum and minimum for this function?

(ii) Find the value of x that minimizes f(x) on this interval and find the minimum value.

(iii) Show that this function has a single stationary point x* at which

$$\left(\frac{b}{a}\right)^x = \frac{\ln(a)}{\ln(b)}$$

(iv) Without calculating the value of x*, show that the function attains a maximum at x* by signing the first derivative around it. (10)

मान लीजिए कि a और b संख्याएं हैं, जिसमें $0 < a < b < 1$. $x \in [0, \infty)$ के लिए $f(x) = b^x - a^x$ द्वारा फलन f को परिभाषित कीजिए।

(i) क्या चरम मान प्रमेय इस फलन के लिए अधिकतम तथा न्यूनतम के अस्तित्व की गारंटी देता है?

(ii) इस अंतराल पर $f(x)$ को न्यूनतम करने वाले x का मान ज्ञात कीजिए और न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

(iii) इस फलन में यह दर्शाएं कि इसमें एक स्थिर बिंदु x^* है जिस पर $\left(\frac{b}{a}\right)^x = \frac{\ln(a)}{\ln(b)}$ है।

(iv) x^* के मान की गणना किए बिना यह दर्शाएं कि यह फलन प्रथम व्युत्पन्न के संकेत (साइनिंग) द्वारा यह अपने निकट x^* का अधिकतम मान प्राप्त करता है।

5. (a) Let $f(x)$ be a continuous function on $[0,1]$. Show that if $-1 \leq f(x) \leq 1$ for all $x \in [0,1]$, then there exists a $c \in [0,1]$ such that $[f(c)]^2 = c$.

(b) A student chooses the number of hours $x \geq 0$ to attend tuition. The cost of x hours of tuition is $c(x)$, where c is a differentiable convex function.

She wishes to maximize $(x) = g[\pi(x)] - c(x)$, where $\pi(x)$ is her probability of passing when she attends x hours of tuition. Assume that π is a differentiable concave function, and g is an increasing, differentiable and concave function.

(i) Write down the first order condition for an interior solution $x^* > 0$ of this problem.

(ii) Is the interior solution necessarily solving the maximization problem? Why or why not.

(5+5)

(क) मान लीजिए कि $f(x)$, $[0,1]$ पर सतत फलन है। यह दर्शाएं कि यदि $-1 \leq f(x) \leq 1$ सभी $x \in [0,1]$ के लिए है, तो वहां पर $c \in [0,1]$ होता है जैसे कि $[f(c)]^2 = c$.

(ख) एक छात्रा ट्युशन जाने के लिए $x \geq 0$ घंटों की संख्या के लिए चुनती है। ट्युशन के x घंटों की लागत $c(x)$ है, जहां c एक अवकलनीय उत्तल फलन है। वह अधिकतम $(x) = g[\pi(x)] - c(x)$ करना चाहती है, जहां वह x घंटों के लिए ट्युशन जाती है तो उसके उत्तीर्ण होने की संभावना $\pi(x)$ है। मान लीजिए कि π एक अवकलनीय अवतल फलन है और g एक बढ़ता हुआ, अवकलनीय और अवतल फलन है।

(i) इस प्रश्न के आंतरिक समाधान $x^* > 0$ के लिए प्रथम क्रम की स्थिति लिखिए।

(ii) क्या आंतरिक समाधान निश्चित रूप से अधिकतमकरण समस्या को हल करता है? क्यों या क्यों नहीं।

6. (a) A quadratic profit function $\pi(x) = ax^2 + bx + c$, where x = output, is used to reflect the following assumptions :

(i) When $x = 0$, profits are negative.

(ii) The profit function is strictly concave.

(iii) The maximum profits occur at output level $= x^* > 0$.

What restrictions need to be placed on values of the constants a, b and c to fulfil the above-mentioned assumptions?

(b) For what values of p is the following inequality satisfied?

$$\frac{3p-4}{p+2} > 4-p$$

(5+5)

(क) एक द्विघात लाभ फलन $\pi(x) = ax^2 + bx + c$, जहां x = आउटपुट है, जिसका निम्नलिखित पूर्वधारणाओं को प्रतिबिंबित करने के लिए प्रयोग किया जाता है :

(i) जब $x = 0$ होता है, तो लाभ ऋणात्मक होता है।

(ii) लाभ फलन पूर्णत: अवतल है।

(iii) अधिकतम लाभ आउटपुट स्तर = $x^* > 0$ पर प्राप्त होता है।

उपर्युक्त पूर्वधारणाओं को पूरा करने के लिए स्थिरांक a, b और c के मानों पर किन प्रतिबंधों की आवश्यकता है?

(ख) p के किन मानों के लिए निम्नलिखित असमानता पूर्ण होती है?

$$\frac{3p-4}{p+2} > 4-p$$

7. (a) Determine all values of the constants A and B so that the following function is continuous for all values of x :

$$f(x) = \begin{cases} Ax - B, & if\ x \leq -1 \\ 2x^2 + 3Ax + B, & if\ -1 < x \leq 1 \\ 4, & if\ x > 1 \end{cases}$$

(b) What value of the constant c allows the function $e^{-x}\sqrt{1+cx}$ to be approximated around x = 0 by a horizontal straight line? (5+5)

(क) स्थिरांक A और B के सभी मान ज्ञात कीजिए ताकि x के सभी मानों के लिए निम्नलिखित फलन सतत हो :

$$f(x) = \begin{cases} Ax - B, & if\ x \leq -1 \\ 2x^2 + 3Ax + B, & if\ -1 < x \leq 1 \\ 4, & if\ x > 1 \end{cases}$$

(ख) स्थिरांक c का कौन-सा मान क्षैतिज सीधी रेखा द्वारा फलन $e^{-x}\sqrt{1+cx}$ के x = 0 के सन्निकटन होगा?

8. (a) If population A is growing exponentially over the time and A_1, A_2 are the values at Time 't_1' and 't_2' respectively, then find the growth rate of population in terms of A_1, A_2, t_1, t_2.

(b) A line P passes through the point (2, –1) and has a slope of –5. A second line Q passes through the points (–2, 3) and (4, –3). Find the equations for the lines P and Q. Find their point of intersection R. Determine the equation of the line S that passes through the point (3, 4) and is parallel to line Q. (5+5)

(क) यदि जनसंख्या A में समय के साथ तेजी से वृद्धि हो रही है और A_1, A_2 क्रमशः समय t_1 और t_2 के मान हैं, तो A_1, A_2, t_1, t_2 के संदर्भ में जनसंख्या की वृद्धि दर ज्ञात कीजिए।

(ख) यदि रेखा P बिंदु (2, –1) से गुजरती है और इसका ढलान –5 है। दूसरी रेखा Q बिंदु (–2, 3) और (4, –3) से गुजरती है, तो रेखा P और Q का समीकरण ज्ञात कीजिए। और इनके प्रतिच्छेदन बिंदु R को ज्ञात कीजिए। रेखा S का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिंदु (3, 4) से गुजरती है जो रेखा फ के समांतर है।

9. (a) Let a, b, m and n be fixed numbers, where $a < b$ and m and n are positive. Define the function g for all x by $g(x) = (b - x)^m (x - a)^n$. For the equation $g'(x) = 0$, find a solution x_0 that lies between a and b.

(b) Given the function $f(x) = x^3 + cx + 1$, identify the local extrema of this function for different values of c. (5+5)

(क) मान लीजिए a, b, m और n स्थिरांक हैं, जहां $a < b$ और m और n धनात्मक हैं। $g(x) = (b - x)^m (x - a)^n$ द्वारा सभी x के लिए फलन g को परिभाषित कीजिए। समीकरण $g'(x) = 0$ के लिए समाधान ज्ञात कीजिए x_0 जो कि a और b के बीच में स्थित है।

(ख) दिए गए फलन $f(x) = x^3 + cx + 1$ में इस फलन के लिए c के विभिन्न मानों के लिए स्थानीय उच्चिष्ठ को परिभाषित कीजिए।

10. (a) Determine values of x in domain where $H(x) = (x^2 - 1)e^{(2-x^2)}$ is strictly increasing and strictly decreasing.

(b) The Government revenue R(t) and government spending G(t), both as functions of time 't' in years, are given by :

$R(t) = 100t - t^2$ and $G(t) = 50t + 10$

(i) Find the rate of change of the budget surplus $B(t) = R(t) - G(t)$ with respect to time 't'.

(ii) Determine the positive value of 't' for which the proportional rate of change of the budget surplus equals the proportional rate of change of Government spending.

(5+5)

(क) ऐसे क्षेत्र में x का मान ज्ञात कीजिए जहां $H(x) = (x^2 - 1)e^{(2-x^2)}$ निश्चित रूप से बढ़ता है और निश्चित रूप से घटता है।

(ख) सरकार के राजस्व $R(t)$ और सरकार के व्यय $G(t)$, दोनों को समय 't' वर्षों में के फलन के रूप में निम्नलिखित द्वारा दर्शाया गया है :

$$R(t) = 100t - t^2 \quad \text{and} \quad G(t) = 50t + 10$$

(i) समय 't' के संदर्भ में अधिशेष $B(t) = R(t) - G(t)$ के परिवर्तन की दर को ज्ञात कीजिए।

(ii) 't' का सकारात्मक मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए बजट अधिशेष के परिवर्तन की आनुपातिक दर सरकारी व्यय के परिवर्तन की आनुपातिक दर के समान है।

14/01/25

[This question paper contains 16 printed pages.]

Your Roll No.....

I

Sr. No. of Question Paper : 2124

Unique Paper Code : 2272101103

Name of the Paper : Introductory Statistics for Economics

Name of the Course : **B.A. (Hons) Economics**

Semester : I

Duration : 3 Hours

Maximum Marks : 90

समय : 3 घण्टे

पूर्णांक : 90

Instructions for Candidates

1. Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.

2. **All** questions within each section are to be answered in a contiguous manner on the answer sheet. Start each question on a new page, and all sub-parts of a question should follow one after the other.

3. All intermediate calculations should be rounded off to 3 decimal places. The values provided in statistical tables should not be rounded off. All final calculations should be rounded off to two decimal places.

P.T.O.

4. Simple non-programmable calculators are allowed.

5. Statistical tables are attached for your reference.

6. Answers may be written either in English or Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

छात्रों के लिए निर्देश

1. इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए ।

2. प्रत्येक खंड के सभी प्रश्नों के उत्तर उत्तर पुस्तिका पर एक साथ दिए जाने हैं । प्रत्येक प्रश्न को एक नए पृष्ठ पर शुरू करें, और एक प्रश्न के सभी उप-भाग एक के बाद एक होने चाहिए ।

3. सभी मध्यवर्ती गणनाओं को 3 दशमलव स्थानों तक पूर्णांकित किया जाना चाहिए। सांख्यिकीय तालिकाओं में दिए गए मानों को पूर्णांकित नहीं किया जाना चाहिए। सभी अंतिम गणनाओं को दो दशमलव स्थानों तक पूर्णांकित किया जाना चाहिए।

4. साधारण गैर-प्रोग्रामीय कैलकुलेटर की अनुमति है ।

5. आपके संदर्भ के लिए सांख्यिकीय तालिकाएँ संलग्न हैं ।

6. इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिंदी किसी एक भाषा में दीजिए, लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए ।

SECTION I (खण्ड I)

Do any **two** *questions.*

किन्हीं **दो** *प्रश्नों को हल कीजिए।*

1. (a) Calculate 18% trimmed mean for the following data: 73, 80, 36, 75, 68, 82, 50, 48, 41, 60. Compare it with the sample mean and median. (5)

(b) Identification of a spam message involves creating a list of words more likely to appear in spam than in normal messages. The list is called "spam list". Suppose that your database of 5000 messages contains 1700 that are spam. Among the spam messages, 1343 contain words from the "spam list". Of the 3300 normal messages, only 297 contain words from the "spam list". Obtain the probability that a message is spam given that the message contains words from the "spam list". (5)

(क) निम्नलिखित आँकड़ों के लिए 18% ट्रिम्ड माध्य की गणना कीजिए: 73, 80, 36, 75, 68, 82, 50, 48, 41, 60। इसकी तुलना नमूना माध्य और माध्यिका से कीजिए।

(ख) स्पैम संदेश की पहचान के लिए उन शब्दों की एक सूची बनाई जाती है जो सामान्य संदेशों की तुलना में स्पैम में अधिक बार दिखाई देते हैं। इस सूची को "स्पैम सूची" कहा जाता है। मान लीजिए कि

आपके डेटाबेस में कुल 5000 संदेश हैं, जिनमें से 1700 संदेश स्पैम हैं। स्पैम संदेशों में से 1343 संदेशों में "स्पैम सूची" के शब्द शामिल हैं। सामान्य संदेशों की संख्या 3300 है, जिनमें से केवल 297 संदेशों में "स्पैम सूची" के शब्द हैं। यह ज्ञात कीजिए कि यदि किसी संदेश में "स्पैम सूची" के शब्द पाए जाते हैं, तो उस संदेश के स्पैम होने की प्रायिकता क्या होगी।

2. (a) A class of 20 students took a statistics exam of 100 marks. Their scores were: 85, 92, 78, 89, 95, 87, 75, 90, 82, 88, 91, 84, 79, 93, 86, 80, 83, 94, 81, 77. Calculate the median, lower fourth, upper fourth, and range for this data. Does this data have any outliers? (5)

(b) In a study, physicians were asked what the odds of breast cancer would be in a woman who was initially thought to have a 1% risk of cancer but who ended up with a positive cancer test result. This test gives a positive result in 80% of cases who have cancer and a positive result in 90% of cases for those who do not have cancer. If the test result is positive, what is the probability that the woman has breast cancer? (5)

(क) 20 छात्रों की एक कक्षा ने 100 अंकों की सांख्यिकी परीक्षा दी। उनके अंक इस प्रकार हैं : 85, 92, 78, 89, 95, 87, 75, 90, 82, 88, 91, 84, 79, 93, 86, 80, 83, 94, 81, 77। इस डेटा के लिए माध्यिका, निचले चतुर्थक, ऊपरी चतुर्थक और श्रेणी की गणना कीजिए। यह भी ज्ञात कीजिए कि क्या डेटा में कोई बाह्य मान है।

(ख) एक अध्ययन में चिकित्सकों से यह पूछा गया कि उस महिला में स्तन कैंसर होने की संभावना कितनी होगी, जिसे पहले 1% कैंसर होने का जोखिम माना गया था, लेकिन उसका कैंसर परीक्षण सकारात्मक आया। यह परीक्षण कैंसर वाले 80% मामलों में सकारात्मक परिणाम देता है। यह परीक्षण उन 90% मामलों में भी सकारात्मक परिणाम देता है, जिनमें कैंसर नहीं है। यदि परीक्षण सकारात्मक है, तो महिला में स्तन कैंसर होने की प्रायिकता क्या है?

3. (a) A deadly car accident in a leading metropolitan state could have occurred as the result of potholes on the road, malfunctioning of the vehicle, rash driving, or use of mobile phones while driving. Interviews with the experts revealed that such an accident would usually occur with a probability of 0.25 as a result of potholes on the road, 0.20 as a result of malfunctioning of the vehicle, 0.40 as a result of rash driving, and 0.75 due to use of mobile phones while driving. These interviews also

yielded subjective estimates of the prior probabilities of these four causes of 0.30, 0.40, 0.15, and 0.15, respectively. What was the most likely cause of the accident? (5)

(b) For the data given below calculate the relative frequency, cumulative frequency, cumulative relative frequency, and density.

Class	2-<4	4-<6	6-<8	8-<12	12-<20	20-<30
Frequency	9	15	5	9	8	2

(5)

(क) किसी प्रमुख महानगरीय राज्य में एक घातक कार दुर्घटना सड़क पर गड्ढों, वाहन की खराबी, लापरवाही से गाड़ी चलाने या गाड़ी चलाते समय मोबाइल फोन के इस्तेमाल के परिणामस्वरूप हो सकती है। विशेषज्ञों के साथ साक्षात्कार से पता चला कि ऐसी दुर्घटना आमतौर पर सड़क पर गड्ढों के कारण 0.25, वाहन खराब होने के कारण 0. 20, लापरवाही से गाड़ी चलाने के कारण 0.40 और वाहन चलाते समय मोबाइल फोन के उपयोग के कारण 0.75 होती है। इन साक्षात्कारों से इन चार कारणों की प्राथमिक प्रायिकता का व्यक्तिपरक अनुमान भी प्राप्त हुआ, जो क्रमशः 0.30, 0.40, 0.15, और 0.15 हैं। इस जानकारी के आधार पर, यह निर्धारित कीजिए कि दुर्घटना का सबसे संभावित कारण कारण क्या था?

(ख) नीचे दिए गए डेटा के लिए सापेक्ष आवृत्ति, संचयी आवृत्ति, संचयी सापेक्ष आवृत्ति और घनत्व की गणना कीजिए।

वर्ग	2-<4	4-<6	6-<8	8-<12	12-<20	20-<30
आवृत्ति	9	15	5	9	8	2

SECTION II (खण्ड II)

All *questions are compulsory.*

सभी *प्रश्न अनिवार्य हैं।*

4. (a) A lottery ticket has a grand prize of Rs. 2 lakhs. The probability of winning the grand prize is .00023. Based on the expected value of the lottery ticket, would you pay Re 1 for a ticket? Show your calculations and reasoning clearly. (5)

(b) The cost of a certain vehicle diagnostic test depends on the number of cylinders X in the vehicle's engine. Suppose the cost function is given by $h(X)=20+3X+0.5X^2$ Since X is a random variable, so is $Y=h(X)$. The pmf of X is as follows:

x	4	6	8
p(x)	0.5	0.3	0.2

Derive the pmf of Y and E(Y). (5)

(क) एक लॉटरी टिकट पर 2 लाख रुपये का पुरस्कार है। पुरस्कार जीतने की प्रायिकता .00023 है। लॉटरी टिकट के अपेक्षित मूल्य के आधार पर, क्या आप एक टिकट के लिए 1 रुपये का भुगतान करेंगे? अपनी गणना और तर्क स्पष्ट रूप से दिखाइए।

(ख) एक निश्चित वाहन निदान परीक्षण की लागत वाहन के इंजन में सिलेंडर X की संख्या पर निर्भर करती है। मान लीजिए कि लागत फलन $h(X)=20+3X+0.5X^2$ द्वारा दिया गया है। चूँकि X एक यादृच्छिक चर है, इसलिए $Y=h(X)$ का संभाव्यता द्रव्य फलन इस प्रकार है :

x	4	6	8
p(x)	0.5	0.3	0.2

Y का संभाव्यता द्रव्य फलन (pmf) और अपेक्षित मान (E(Y)) ज्ञात कीजिए।

5. (a) Certain coded measurements of the pitch diameter of threads of a fitting have the probability density function;

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x^4} & for \quad x \geq 1 \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

What is the probability that measurements of the pitch diameter of threads of a fitting are within 2 standard deviations of the mean value? (5)

(b) The CDF function of the checkout duration, X, in a certain supermarket, measured in minutes, is

$$F(x) = \begin{cases} 0 \, for \, x \leq 0 \\ \frac{x^2}{4} \, for \, 0 < x \leq 2 \\ 1 \, for \, x > 2 \end{cases}$$

Find the median and the interquartile range of the checkout duration. (5)

(क) एक फिटिंग के थ्रेडस के पिच व्यास के कुछ कोडित माप निम्नलिखित संभाव्यता घनत्व फलन द्वारा दर्शाए गए हैं :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x^4} & for \quad x \geq 1 \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

पिच व्यास के माप औसत मान के 2 मानक विचलन के भीतर होने की क्या प्रायिकता है?

(ख) किसी सुपरमार्केट में चेकआउट की अवधि X (मिनटों में मापी गई) की संचयी वितरण फलन इस प्रकार है :

$$F(x) = \begin{cases} 0 \, for \, x \leq 0 \\ \frac{x^2}{4} \, for \, 0 < x \leq 2 \\ 1 \, for \, x > 2 \end{cases}$$

चेकआउट अवधि की माध्यिका और इंटरक्वार्टाइल रेंज ज्ञात कीजिए।

SECTION III (खण्ड III)

All *questions are compulsory.*

सभी *प्रश्न अनिवार्य हैं।*

6. (a) Among the 120 applicants for a job, only 80 are actually qualified. If 5 of the applicants are randomly selected for an in-depth interview, find the probability that only 2 of the 5 will be qualified for the job. Find the expected value and variance of the applicants qualified for the job. (5)

(b) The lifespan of a car battery averages six years. Suppose the battery lifespan follows an exponential distribution. Find the probability that a randomly selected car battery will last more than four years. Also find an expression for the 95th percentile of the battery lifespan. (5)

(क) एक नौकरी के लिए 120 आवेदकों में से केवल 80 ही वास्तव में योग्य हैं। यदि आवेदकों में से 5 को गहन साक्षात्कार के लिए यादृच्छिक चयन किया जाता है, तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि 5 में से केवल 2 ही नौकरी के लिए योग्य होंगे। नौकरी के लिए योग्य आवेदकों का अपेक्षित मान और विचरण ज्ञात कीजिए।

(ख) कार बैटरी का औसत जीवनकाल छह वर्ष है। मान लीजिए कि बैटरी का जीवनकाल एक घातीय वितरण का अनुसरण करता है। इस बात की प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यादृच्छिक रूप से चयनित कार बैटरी चार वर्षों से अधिक समय तक चलेगी। बैटरी जीवनकाल के 95वें प्रतिशतक के लिए एक व्यंजक भी ज्ञात कीजिए।

7. (a) A factory produces 300 items daily. Due to strict quality control, the probability that any given item is defective is 0.01. Defects in individual items are independent of one another. What is the probability that at most three items are defective? (5)

(b) Packages have a nominal net weight of 1 kg. However, their actual net weights have a uniform distribution over the interval of 980 grams to 1030 grams. Find the probability that the net weight of a package is less than 1 kg. If the net weights of packages are independent, also find the probability that, in a sample of five packages, all five net weights are less than w grams. (5)

(क) एक फैक्ट्री में प्रतिदिन 300 वस्तुएं बनती हैं। सख्त गुणवत्ता नियंत्रण के कारण, किसी भी वस्तु के दोषपूर्ण होने की प्रायिकता 0.01 है। प्रत्येक वस्तु में दोष स्वतंत्र रूप से उत्पन्न होते हैं। अधिकतम तीन वस्तुओं के दोषपूर्ण होने की प्रायिकता क्या है?

(ख) पैकेजों का अंकित शुद्ध भार 1 किलोग्राम है। हालाँकि, उनके वास्तविक शुद्ध भार का 980 ग्राम से 1030 ग्राम के अंतराल पर एक समान वितरण होता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि पैकेज का शुद्ध भार 1 किलोग्राम से कम है। यदि पैकेजों का शुद्ध भार स्वतंत्र है, तो यह भी ज्ञात कीजिए कि पाँच पैकेजों के नमूने में, सभी पाँच पैकेजों का शुद्ध भार w ग्राम से कम होने की प्रायिकता क्या है।

8. (a) Typical Plane flying on certain routes are configured to have 168 economy-class seats. Experience has shown that only 90% of all ticket holders on those flights will actually show up in

time to board the plane. Knowing that, suppose an airline sells 178 tickets for the 168 seats. What is the approximate probability that not everyone who arrives at the gate on time can be accommodated? Under what circumstances this approximation is valid? (5)

(b) The cross-sectional area of a plastic tube for watering plants is normally distributed with $\mu=12.5$ mm^2 and $\sigma=0.2$ mm^2. When the area is less than 12.0 mm^2 or greater than 13.0 mm^2, the tube does not fit properly in the hose. If the tubes are shipped in boxes of one thousand, how many wrong-sized tubes per box can sellers expect to find? (5)

(क) कुछ निश्चित मार्गों पर उड़ान भरने वाले सामान्य विमानों में 168 इकॉनमी-क्लास सीटें होती हैं। अनुभव से पता चला है कि उन उड़ानों में सभी टिकट धारकों में से केवल 90% ही वास्तव में विमान में सवार होने के लिए समय पर पहुंचते हैं। यह मानते हुए कि एयरलाइन 168 सीटों के लिए 178 टिकट बेचती है, इस बात की अनुमानित प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि जो यात्री समय पर गेट पर पहुंचते हैं, उनमें से सभी को सीट नहीं मिल पाएगी।यह निर्धारण कीजिए कि यह अनुमान किस स्थिति में मान्य होगा?

(ख) पौधों को पानी देने के लिए प्लास्टिक ट्यूब का अनुप्रस्थ क्षेत्र सामान्य रूप से $\mu=12.5\ mm^2$ और $\sigma=0.2\ mm^2$ के साथ वितरित किया जाता है। जब क्षेत्र $12.0\ mm^2$ से कम या $13.0\ mm^2$ से अधिक होता है, तो ट्यूब नली में ठीक से फिट नहीं होती है। यदि ट्यूबों को एक हजार के बक्से में भेजा जाता है, तो विक्रेता प्रति बॉक्स कितनी गलत आकार की ट्यूब मिलने की उम्मीद कर सकते हैं? (5)

SECTION IV (खण्ड IV)

All *questions are compulsory.*

सभी *प्रश्न अनिवार्य हैं।*

9. The joint PDF of random variables X&Y is given by

↓ x \ y→	0	100	200
100	0.05	0.10	0.20
200	0.10	0.20	0.10
300	0.15	0.05	0.05

(i) Find P(Y=100|X=100).

(ii) Are X and Y independent?

(iii) Compute Cov (X, Y)

(iv) Find the conditional distribution of Y given X=100

(v) Compute the correlation coefficient ρ for X and Y. (2×5=10)

यादृच्छिक चर X&Y का संयुक्त प्रायिकता घनत्व फलन निम्नलिखित है :

↓ x \ y→	0	100	200
100	0.05	0.10	0.20
200	0.10	0.20	0.10
300	0.15	0.05	0.05

(i) ज्ञात कीजिए P(Y=100|X=100) ।

(ii) क्या X और Y स्वतंत्र हैं?

(iii) सहसंबंध Cov (X, Y) की गणना कीजिए।

(iv) X=100 के लिए Y का सशर्त वितरण ज्ञात कीजिए।

(v) X और Y के लिए सहसंबंध गुणांक ρ की गणना कीजिए।

10. (a) Let X and Y be two jointly continuous random variables with joint PDF

$$f_{xy}(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}y \ for -1 \le x \le 1, \quad 0 \le y \le 1 \\ 0 \ otherwise \end{cases}$$

Find the following :

(i) Marginal pdf of x and y

(ii) Find $P(X>0, Y<1/2)$. (7)

(b) Show that if $Y = aX + b$ $(a \neq 0)$, then $Corr(X, Y) = +1$ or -1. Under what conditions will $\rho = +1$? (3)

(क) मान लीजिए कि X और Y दो संयुक्त रूप से सतत यादृच्छिक चर हैं, जिनका संयुक्त प्रायिकता घनत्व फलन निम्नलिखित है :

$$f_{xy}(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}y \ for -1 \leq x \leq 1, \ \ 0 \leq y \leq 1 \\ 0 \ otherwise \end{cases}$$

ज्ञात कीजिए

(i) X और Y का सीमांत प्रायिकता घनत्व फलन।

(ii) $P(X>0, Y<1/2)$ का मान ज्ञात कीजिए।

(ख) यह दर्शाइए कि यदि $Y = aX + b$ $(a \neq 0)$, तो $Corr(X, Y) = +1$ या -1 किन परिस्थितियों में $\rho = +1$ होगा?