



25

[This question paper contains 16 printed pages.]

Your Roll No. 2024

Sr. No. of Question Paper : 507

G

Unique Paper Code : 2272102301

Name of the Paper : Intermediate Microeconomics-I:
Behavioural Foundations of
Market Interactions

Name of the Course : B.A. (Hons) Economics
(NEP-UGCF-2022)

Semester/Annual : III

Duration : 3 Hours Maximum Marks : 90

Instructions for Candidates

1. Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.
2. The question paper is divided into **two** sections: **Section A** and **Section B**.
3. Answer any **three** questions from **Section A** and any **two** questions from **Section B**.
4. Use of simple calculator is permitted.
5. Answers may be written either in English or Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

P.T.O.

छात्रों के लिए निर्देश

1. इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए ।
2. यह प्रश्नपत्र दो खंडों में विभाजित है : खंड अ और खंड ब ।
3. खंड अ से किन्हीं तीन प्रश्नों का उत्तर दें और खंड ब से किन्हीं दो प्रश्नों का उत्तर दें ।
4. साधारण कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है ।
5. इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिंदी किसी एक भाषा में दीजिए, लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए ।

SECTION – A**खंड – अ**

1. (a) Let utility function of a consumer be given by $U(x,y) = xy + x$, where X and Y are the two goods
 - (i) Is marginal rate of substitution diminishing?
 - (ii) Are marginal utilities of both goods X and Y diminishing?

- (b) Let Mr. Ramesh have an income of ₹1000, which he can spend on two goods X and Y. Let price of good X be ₹80 for the first two units and then it is ₹60 for the subsequent units. Let price of good Y be ₹50 regardless of how many units bought. Write the equation of the budget line and draw it.
- (c) Find the equation of the price offer curve and demand curve for the following utility function : $U = \min(3x, 2y)$. Let income of the consumer be M, price of good X is P_x and price of good Y be P_y . Also draw both the curves.
- (d) Draw indifference maps for the following utility functions. Also indicate the preference direction

(i) $U(x, y) = x$

(ii) $U(x, y) = -x - y$ (5×4)

- (क) मान लीजिए कि उपभोक्ता का उपयोगिता फलन $U(x, y) = xy + x$ द्वारा दर्शाया जाता है, जहाँ X और Y दो वस्तुएं हैं

- (i) क्या प्रतिस्थापन की सीमांत दर कम हो रही है?
- (ii) क्या वस्तुओं X और Y दोनों की सीमांत उपयोगिताएँ कम हो रही हैं?
- (ख) मान लीजिए कि श्री रमेश की आय 1000 है, जिसे वह दो वस्तुओं X और Y पर खर्च कर सकता है। मान लीजिए कि पहले दो इकाइयों के लिए वस्तु X का मूल्य 80 है और फिर बाद की इकाइयों के लिए यह 60 है। मान लीजिए कि वस्तु Y की कीमत 50 है, चाहे कितनी इकाइयाँ खरीदी गई हों। बजट रेखा का समीकरण लिखिए और उसे आरेखित कीजिए।
- (ग) निम्नलिखित उपयोगिता फलन के लिए मूल्य प्रस्ताव वक्र और मांग वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिये: $U = \min(3x, 2y)$ । मान लीजिए कि उपभोक्ता की आय M है, वस्तु X की कीमत P_x है और वस्तु Y की कीमत P_y है। दोनों वक्रों को भी बनाये।
- (घ) निम्नलिखित उपयोगिता फलन के लिए अनधिमान वक्र बनाएँ। वरीयता दिशा को भी इंगित कीजिए।

(i) $U(x, y) = x$

(ii) $U(x, y) = -x - y$

2. (a) Using a diagram illustrate how a flat tax on income would make the consumer better off as well as bring more revenue for the government compared to a two-bracket progressive income tax. (6)

(b) Let Miss Mary earn an income of ₹2000 this month and ₹2200 next month. Her utility function is $U(C_1, C_2) = C_1 C_2$, where C_1 denotes the value of consumption this month and C_2 denotes the value of consumption next month. Let interest rate be 5%. Would Miss Mary borrow, lend or do neither? What happens if interest rate rises to 12%? In which case is the utility higher? (10)

(c) Will an increase in overtime wage rate necessarily lead to an increase in labor supply? Show using a diagram. (4)

(क) एक आरेख का उपयोग करके स्पष्ट कीजिए कि आय पर एक फ्लैट कर उपभोक्ता को बेहतर बनाने के साथ-साथ दो-ब्रैकेट प्रगतिशील आयकर की तुलना में सरकार के लिए अधिक राजस्व लाएगा।

(ख) मान लीजिए कि मिस मैरी को इस महीने 2000 और अगले महीने 2200 की आय का अर्जन हुआ है। उसका उपयोगिता फलन $U(C_1, C_2) = C_1 C_2$ है, जहाँ C_1 इस महीने खपत के मूल्य को दर्शाता है और C_2 अगले महीने की खपत के मूल्य को दर्शाता है। मान लीजिए कि ब्याज दर 5% है। चाहे मिस मैरी उधार लेगी, उधार देगी या नहीं करेगी? यदि ब्याज दर 12% तक बढ़ जाती है, तो क्या होगा? किस मामले में उपयोगिता अधिक है?

(ग) क्या ओवरटाइम मजदूरी दर में वृद्धि से श्रम आपूर्ति में वृद्धि होगी? आरेख का उपयोग करके दर्शाएं।

3. (a) Suppose a consumer consume two goods X and Y. The utility function is :

$U(x, y) = 2\sqrt{x} + y$. Let price of X be ₹0.50, price of Y be ₹1 and income is ₹10.

(i) Find initial equilibrium of the consumer.

(ii) Find the new equilibrium if price of X falls to ₹0.20.

(iii) Using Hicksian technique decompose the price effect into substitution and income effects.

(iv) Calculate the compensating variation in the above case. (8)

(b) Let two utility functions be given as

$$U(x, y) = xy$$

$$U(x, y) = e^{xy} + 5$$

Do they represent same preferences? (6)

(c) Using a diagram, show the Kaldor's variant of decomposition of price effect if price of x falls and x is a normal good. (6)

(क) मान लीजिए कि एक उपभोक्ता दो वस्तुओं X और Y का उपभोग करता है। उपयोगिता फलन क्या है :

$U(x, y) = 2\sqrt{x} + y$. मान लीजिए कि X का मूल्य 0.50 है, Y का मूल्य 1 है और आय 10 है।

(i) उपभोक्ता का प्रारंभिक संतुलन ज्ञात कीजिए।

- (ii) यदि X का मूल्य 0.20 तक गिर जाता है, तो नया संतुलन ज्ञात कीजिए।
- (iii) हिक्सियन तकनीक का उपयोग करने से मूल्य प्रभाव को प्रतिस्थापन और आय प्रभाव में विघटित करता है।
- (iv) उपर्युक्त मामले में क्षतिपूर्ति भिन्नता की गणना कीजिए।

(ख) दो उपयोगिता फलन को इस प्रकार दिया गया है

$$U(x, y) = xy$$

$$U(x, y) = e^{xy} + 5$$

क्या वे समान प्राथमिकताओं का प्रतिनिधित्व करते हैं?

- (ग) आरेख का उपयोग करके, यदि x की कीमत गिरती है और x एक सामान्य वस्तु है, तो मूल्य प्रभाव के अपघटन का कालडोर संस्करण दर्शाएं।

4. Let utility function be $U(x) = x^2$, where x denotes income level. The consumer faces the following scenario: he can earn ₹100 with a probability of 0.4 and ₹600 with a probability of 0.2

- (i) Using only the utility function show that the

preferences show he is a risk lover.

- (ii) Calculate expected utility and utility equivalent of the income. Do they confirm he is a risk lover?
- (iii) Calculate Certainty equivalent of his income.
- (iv) Give the equation showing the risk premium of the consumer.
- (v) Represent Risk Premium and Certainty Equivalent for a risk loving consumer in a diagram.
- (vi) Calculate Arrow-Pratt Coefficient of Absolute Risk Aversion and interpret it. $(3.5 \times 5 + 2.5)$

मान लीजिए कि उपयोगिता फलन $U(x) = x^2$ है, जहां x आय स्तर को दर्शाता है। उपभोक्ता निम्नलिखित परिदृश्य का सामना करता है : वह 0.4 की संभावना के साथ 100 कमा सकता है, और 0.2 की संभावना के साथ 600

- (i) केवल उपयोगिता फलन का उपयोग करके पता चलता है कि प्राथमिकताएं दिखाती हैं कि वह एक जोखिम प्रेमी है।

- (ii) आय के समतुल्य अपेक्षित उपयोगिता और उपयोगिता की गणना कीजिए। क्या वे पुष्टि करते हैं कि वह एक जोखिम प्रेमी है?
- (iii) उसकी आय के बराबर निश्चितता की गणना कीजिए।
- (iv) उपभोक्ता के जोखिम प्रीमियम को दर्शाने वाला समीकरण दीजिए।
- (v) एक आरेख में जोखिम प्रेमी उपभोक्ता के लिए जोखिम प्रीमियम और निश्चितता समकक्ष का प्रतिनिधित्व कीजिए।
- (vi) पूर्ण जोखिम विचलन के तीर-प्रेट गुणांक की गणना कीजिए और इसकी व्याख्या कीजिए।

SECTION - B

खंड - ब

5. (a) For a multiple output producing firm, the inverse production function, with one input x and two outputs y_1 and y_2 , is given as :

$$x = y_1^2 + y_2^2 + y_1 y_2.$$

- (i) Given two vectors of output (2,4) and (4,2), prove that the inverse production function is strictly convex.

- (ii) Check the monotonicity of the inverse production function.
- (iii) Suppose the firm now decides to produce only one output such that the inverse production function takes the form: $= y^2$, assuming $x \geq 1$. Find the firm's input-demand function when unit price of the output is $p = ₹5$. (3,2,6)
- (b) Using an example explain if it is possible for a production function to exhibit diminishing rate of substitution and decreasing returns to scale at the same time. (4)
- (क) एक एकाधिक आउटपुट उत्पादक फर्म के लिए, एक इनपुट x और दो आउटपुट y_1 और y_2 के साथ व्युत्क्रम उत्पादन फलन इस प्रकार दिया गया है :

$$x = y_1^2 + y_2^2 + y_1 y_2.$$

- (i) आउटपुट के दो सदिश (2,4) और (4,2) दिए गए हैं, सिद्ध कीजिए कि व्युत्क्रम उत्पादन फलन निश्चित रूप से उत्तल है।

(ii) व्युत्क्रम उत्पादन फलन की मोनोटोनिसिटी की जांच कीजिए।

(iii) मान लीजिए कि फर्म अब केवल एक आउटपुट का उत्पादन करने का निर्णय लेती है जैसे कि व्युत्क्रम उत्पादन फलन रूप लेता है : y^2 , $x \geq 1$ मानते हुए। जब आउटपुट का इकाई मूल्य $p = ₹5$ है तो फर्म का इनपुट मांग फलन ज्ञात कीजिये।

(ख) एक उदाहरण का उपयोग करके स्पष्ट कीजिए कि क्या उत्पादन फलन के लिए प्रतिस्थापन की घटती दर और एक ही समय में स्केल पर प्रतिफल कम करना संभव है।

6. (a) The production function of a firm producing mobile phone covers is given as :

$$q = (k^{1/3} + l^{1/3})^3$$

Here k is the amount of capital employed and l is the amount of labor hours employed and q is total output. The wage rate is $w = ₹1$ per hour and rental cost of capital is $v = ₹4$ per unit.

(i) Does this production function exhibit IRS, CRS or DRS?

- (ii) Derive the conditional factor demands and use them to find the long-run cost function for this firm.
- (iii) Derive and draw the firm's long run supply curve.
- (iv) Suppose the firm is creating noise pollution. If the government is deciding whether to impose a lumpsum tax of ₹ T on the firm or to impose a fine, ₹ t per unit of output, which will have more impact on the output of the firm? (1,4,3,2)

- (b) What is the difference between input demand and conditional input demand? Explain using graphs. (5)

- (क) मोबाइल फोन कवर का उत्पादन करने वाली फर्म का उत्पादन फलन इस प्रकार दिया गया है :

$$q = (k^{1/3} + l^{1/3})^3$$

यहाँ k नियोजित पूंजी की मात्रा है और l नियोजित श्रम घंटों की मात्रा है और q कुल उत्पादन है। मजदूरी दर $w = ₹1$ प्रति घंटा है और पूंजी की किराये की लागत $v = ₹4$ प्रति इकाई है।

- (i) क्या यह उत्पादन फलन आईआरएस, सीआरएस या डीआरएस प्रदर्शित करता है?
- (ii) सशर्त कारक मांगों को प्राप्त कीजिए और इस फर्म के लिए दीर्घकालिक लागत फलन खोजने के लिए उनका उपयोग कीजिए।
- (iii) फर्म की दीर्घकालिक आपूर्ति वक्र को प्राप्त कीजिए और बनाएं।
- (iv) मान लीजिए कि कोई फर्म ध्वनि प्रदूषण पैदा कर रही है। यदि सरकार यह तय कर रही है कि इस फर्म पर आयकर का एकमुश्त ₹ T कर लगाया जाए या आउटपुट की ₹ t प्रति इकाई पर जुर्माना लगाया जाए, फर्म के आउटपुट पर किसका अधिक प्रभाव पड़ेगा?

(ख) इनपुट मांग और सशर्त इनपुट मांग के बीच अंतर क्या है? रेखाचित्र का प्रयोग करके स्पष्ट कीजिए।

7. (a) Consider a profit-maximizing firm with the production function given as :

$$q = k^{1/4}l^{1/3}$$

The factor prices of labor (l) and capital (k) are $w_l = ₹160$ and $w_k = ₹200$ respectively. Assume that amount of capital is fixed at 1 unit in the short run.

- (i) Derive the short-run cost function.
- (ii) Find the short-run supply curve of the firm.
- (iii) What will be the loss of the firm if it decides to discontinue production?
- (iv) If both the inputs become variable, then using a graph, show the long run supply of this firm. Also shade the profit of the firm at a particular per unit output price P^* .

(2,5,1,4)

- (b) "The long-run cost curve is the envelope of all the short-run curves". Explain this statement with the help of a graph. (3)

- (क) दिए गए उत्पादन फलन के साथ लाभ को अधिकतम करने वाली फर्म पर विचार कीजिए :

$$q = k^{1/4}l^{1/3}$$

श्रम (l) और पूंजी (k) के कारक मूल्य क्रमशः $w_l = ₹160$ और $w_k = ₹200$ हैं। मान लीजिए कि अल्पावधि में पूंजी की राशि 1 इकाई पर तय की गई है।

- (i) अल्पकालिक लागत फलन प्राप्त कीजिए।
 - (ii) फर्म की अल्पकालिक आपूर्ति वक्र ज्ञात कीजिए।
 - (iii) यदि फर्म उत्पादन बंद करने का निर्णय लेती है तो उसे कितना नुकसान होगा?
 - (iv) यदि दोनों इनपुट परिवर्तनशील हो जाते हैं, तो रेखाचित्र का उपयोग करके, इस फर्म की दीर्घकालिक आपूर्ति दर्शाएं। इसके अलावा एक विशेष प्रति इकाई आउटपुट मूल्य P^* पर फर्म के लाभ को दर्शाएं।
- (ख) “दीर्घकालिक लागत वक्र सभी अल्पकालिक वक्रों का आवरण है”। इस कथन को रेखाचित्र की सहायता से स्पष्ट कीजिए।

[This question paper contains 24 printed pages.]



26

Your Roll No. 2024.....

Sr. No. of Question Paper : 568

G

Unique Paper Code : 2272102302

Name of the Paper : Intermediate Macroeconomics
I : Foundations of Aggregate
Income Determination

Name of the Course : B.A. (Hons) Economics

Semester : III

Duration : 3 Hours

Maximum Marks : 90

Instructions for Candidates

1. Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.
2. This question paper is divided into **three** sections.
3. Use of simple calculator is allowed.
4. Answers maybe written either in English or Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

P.T.O.

छात्रों के लिए निर्देश

1. इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए ।
2. यह प्रश्न पत्र तीन खंडों में विभाजित है ।
3. साधारण कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति है ।
4. इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिंदी किसी एक भाषा में दीजिए, लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए ।

SECTION A (खंड क)

Question 1 is compulsory.

(15×2=30)

प्रश्न 1 अनिवार्य है ।

1. (i) Assume that the economy is closed (i.e. no import or export). There is a decrease in taxes. What happens to interest rate in Medium Run due to the Labour Market?
 - (a) Increase
 - (b) Decrease
 - (c) Unchanged
 - (d) Indeterminate

- (ii) The permanent income of a consumer in Friedman's model of consumption is
- (a) Present value of her income/interest rate
 - (b) Present value of her income X interest rate
 - (c) Interest rate/ Present value of her income
 - (d) None of the above
- (iii) Which of the following event increases natural rate of unemployment?
- (a) Decrease in Government Spending
 - (b) Increase in Real Money Supply
 - (c) Decrease in competition amongst firms
 - (d) Weakening of Labor Union
- (iv) Assume that expected inflation follows $\pi_t = \pi_{t-1}$. What inflation level is consistent with the government maintaining output below the natural level?
- (a) Positive Inflation
 - (b) Negative Inflation
 - (c) Zero Inflation

- (d) All of the above
- (v) Which of the following variables will change in the long run in response to a demand shock if prices are able to adjust fully?
 - (a) Unemployment
 - (b) Output and unemployment
 - (c) Price level
 - (d) None of the above
- (vi) The life cycle hypothesis implies that in a growing economy with increasing social security benefits for old-age people may
 - (a) Increase gross private savings
 - (b) Reduce gross private savings
 - (c) Increase gross government savings
 - (d) Increase aggregate savings
- (vii) What happens to the short-run Aggregate Supply curve as the money wage rate rises?
 - (a) the short-run aggregate supply curve shifts rightward.

- (b) the short-run aggregate supply curve shifts leftward.
 - (c) the long-run aggregate supply curve shifts rightward.
 - (d) both the long-run aggregate supply curve and the short-run aggregate supply curve shift leftward.
- (viii) According to the pipeline theory, inventory investment is
- (a) Countercyclical
 - (b) Procyclical
 - (c) Both (a) and (b)
 - (d) Constant overtime
- (ix) Which of the following best explains how an economy could simultaneously experience high inflation and high unemployment?
- (a) The government increases spending without increasing taxes.
 - (b) Inflationary expectations decline.
 - (c) Women and teenagers stay out of the labor force.

P.T.O.

- (d) Negative supply shocks cause factor prices to increase.
- (x) According to Friedman the covariance between current consumption and transitory income is
- (a) Greater than zero
 - (b) Less than zero
 - (c) Equal to zero
 - (d) Equal to 1
- (xi) The modified Phillips curve tells us that the only way to reduce inflation is through
- (a) unemployment rates higher than the natural rate
 - (b) expansionary fiscal policy
 - (c) unemployment rates lower than the natural rate
 - (d) contractionary fiscal policy
- (xii) The natural rate of unemployment depends on all of the following except :
- (a) The level of unemployment insurance
 - (b) The mark-up

- (c) The bargaining power of workers with firms
 - (d) Money supply
- (xiii) In terms of the Phillips Curve, wage indexation results in
- (a) a weaker/flatter relationship between unemployment and changes in inflation.
 - (b) no effect on the relationship between unemployment and changes in inflation.
 - (c) a stronger/steeper relationship between unemployment and changes in inflation.
 - (d) an ambiguous effect that depends on the mark-up of firms.
- (xiv) The stagnation thesis formed around 1940 was based on the ground that
- (a) If the marginal propensity to consume (MPC) < average propensity to consume (APC) is accepted, then government expenditure share to GDP (g/y) must be increasing with GDP (y) to balance the drop in APC to maintain full-employment demand.

- (b) If $MPC < APC$ is accepted, then g/y must be decreasing with y to balance the increase in APC to maintain full employment demand.
 - (c) If $MPC > APC$ is accepted, then g/y must be increasing with y to balance the drop in APC to maintain full employment demand.
 - (d) If $MPC = APC$ is accepted, then g/y must be decreasing with y to balance the increase in APC to maintain full-employment demand.
- (xv) According to the Phillips curve, unemployment will return to the natural rate when :
- (a) Nominal wages are equal to expected wages
 - (b) Real wages are back at long-run equilibrium level
 - (c) Nominal wages are growing faster than inflation
 - (d) Inflation is higher than the growth of nominal wages

- (i) मान लीजिए कि अर्थव्यवस्था बंद है (यानी कोई आयात या निर्यात नहीं होता है)। क़रों में कमी आई है। श्रम बाज़ार के कारण मध्यम अवधि के लिए ब्याज दर में क्या परिवर्तन होगा?

(क) वृद्धि

(ख) कमी

(ग) अपरिवर्तित

(घ) अनिश्चित

- (ii) फ्रीडमैन के उपभोग मॉडल में उपभोक्ता की स्थायी आय क्या होती है

(क) उसकी आय/ब्याज दर का वर्तमान मूल्य

(ख) उसकी आय का वर्तमान मूल्य $\times$ ब्याज दर

(ग) ब्याज दर/उसकी आय का वर्तमान मूल्य

(घ) उपरोक्त में से कोई नहीं

- (iii) निम्नलिखित में से कौन-सी घटना बेरोजगारी की प्राकृतिक दर को बढ़ाती है?

(क) सरकारी खर्च में कमी

- (ख) वास्तविक धन की आपूर्ति में वृद्धि
- (ग) फर्मों के बीच प्रतिस्पर्धा में कमी
- (घ) श्रमिक संघ का कमजोर होना
- (iv) मान लीजिए कि अपेक्षित मुद्रास्फीति $\pi_t = \pi_{t-1}$ का अनुसरण करती है। सरकार द्वारा उत्पादन को प्राकृतिक स्तर से नीचे बनाए रखने के लिए मुद्रास्फीति का स्तर क्या होगा?
- (क) सकारात्मक मुद्रास्फीति
- (ख) नकारात्मक मुद्रास्फीति
- (ग) शून्य मुद्रास्फीति
- (घ) उपरोक्त सभी
- (v) यदि कीमतें पूरी तरह से समायोजित होने में सक्षम हैं, तो मांग के झटके की प्रतिक्रिया में निम्नलिखित में से कौन-सा चर लंबे समय में बदल जाएगा?
- (क) बेरोजगारी
- (ख) उत्पादन और बेरोजगारी
- (ग) मूल्य स्तर
- (घ) उपरोक्त में से कोई नहीं

(vi) जीवन चक्र परिकल्पना का तात्पर्य है कि आगे बढ़ती हुई अर्थव्यवस्था में वृद्ध लोगों के लिए सामाजिक सुरक्षा के लाभ में वृद्धि होगी

(क) सकल निजी बचत में वृद्धि

(ख) सकल निजी बचत में कमी

(ग) सकल सरकारी बचत में वृद्धि

(घ) कुल बचत में वृद्धि

(vii) मुद्रा मजदूरी दर बढ़ने पर अल्पकालिक सकल आपूर्ति वक्र में क्या होता है?

(क) अल्पकालिक समग्र आपूर्ति वक्र दाईं ओर स्थानांतरित होता है।

(ख) अल्पकालिक समग्र आपूर्ति वक्र बाईं ओर स्थानांतरित होता है।

(ग) दीर्घकालिक समग्र आपूर्ति वक्र दाईं ओर बदलता है।

(घ) दीर्घकालिक समग्र आपूर्ति वक्र और अल्पकालिक समग्र आपूर्ति वक्र दोनों बाईं ओर स्थानांतरित होते हैं।

(viii) पाइपलाइन सिद्धांत के अनुसार, इन्वेंट्री निवेश क्या है?

(क) प्रतिचक्रीय

(ख) प्रोसाइक्लिकल

(ग) (क) और (ख) दोनों

(घ) समय के साथ स्थिर

(ix) निम्नलिखित में से कौन-सा सबसे अच्छी तरह से स्पष्ट करता है कि किसी अर्थव्यवस्था में एक साथ ही उच्च मुद्रास्फीति और उच्च बेरोजगारी कैसे हो सकती हैं?

(क) सरकार करों में वृद्धि किए बिना स्वर्य बढ़ाती है।

(ख) मुद्रास्फीति की अपेक्षाओं में कमी।

(ग) महिलाएं और किशोर श्रम शक्ति से बाहर रहते हैं।

(घ) नकारात्मक आपूर्ति झटके फलन कीमतों में वृद्धि का कारण बनते हैं।

(x) फ्रीडमैन के अनुसार वर्तमान स्वपत और अस्थायी आय के बीच सहसंयोजक क्या है?

(क) शून्य से अधिक

(ख) शून्य से कम

(ग) शून्य के बराबर

(घ) 1 के बराबर

(xi) संशोधित फिलिप्स वक्र हमें बताता है कि मुद्रास्फीति को कम करने का एकमात्र तरीका है

(क) बेरोजगारी दर प्राकृतिक दर से अधिक

(ख) विस्तारवादी राजकोषीय नीति

(ग) बेरोजगारी दर प्राकृतिक दर से कम

(घ) संकुचनकारी राजकोषीय नीति

(xii) बेरोजगारी की आधार दर निम्नलिखित सभी पर निर्भर करती है सिवाय इसके कि :

(क) बेरोजगारी बीमा का स्तर

(ख) मूल्य वृद्धि

(ग) फर्मों के साथ श्रमिकों की सौदेबाजी की शक्ति

(घ) धन की आपूर्ति

(xiii) फिलिप्स वक्र के संदर्भ में, मजदूरी सूचकांक का परिणाम क्या है

(क) बेरोजगारी और मुद्रास्फीति में परिवर्तन के बीच एक कमजोर/एकसमान संबंध।

(ख) बेरोजगारी और मुद्रास्फीति में परिवर्तन के बीच संबंधों पर कोई प्रभाव नहीं।

(ग) बेरोजगारी और मुद्रास्फीति में परिवर्तन के बीच एक मजबूत/तीव्र संबंध।

(घ) एक अस्पष्ट प्रभाव जो फर्मों की मूल्य वृद्धि पर निर्भर करता है।

(xiv) 1940 के आसपास गठित गतिरोध थीसिस इस आधार पर आधारित थी कि

(क) यदि सीमांत उपभोग प्रवृत्ति (MPC) < औसत उपभोग प्रवृत्ति (APC) को स्वीकार किया जाता है, तो APC में गिरावट को संतुलित करने के लिए पूर्ण रोजगार मांग को बनाए रखने हेतु सकल घरेलू उत्पाद में सरकारी व्यय का GDP (g/y) हिस्सा सकल घरेलू उत्पाद GDP (y) के साथ बढ़ना चाहिए।

- (ख) यदि $MPC < APC$ को स्वीकार कर लिया जाता है, तो पूर्ण रोजगार मांग को बनाए रखने के लिए APC में वृद्धि को संतुलित करने के लिए g/y को y के साथ घटाया जाना चाहिए।
- (ग) यदि $MPC > APC$ को स्वीकार कर लिया जाता है, तो पूर्ण रोजगार मांग को बनाए रखने के लिए APC में गिरावट को संतुलित करने के लिए g/y में वृद्धि होनी चाहिए।
- (घ) यदि $MPC = APC$ को स्वीकार कर लिया जाता है, तो पूर्ण रोजगार मांग को बनाए रखने के लिए APC में वृद्धि को संतुलित करने के लिए g/y को y के साथ घटाया जाना चाहिए।
- (xv) फिलिप्स वक्र के अनुसार, बेरोजगारी की आधार दर पर वापस आ जाएगी जब :
- (क) असमायोजित मजदूरी अपेक्षित मजदूरी के बराबर है
- (ख) वास्तविक मजदूरी दीर्घकालिक संतुलन स्तर पर वापस आ गई है।
- (ग) असमायोजित मजदूरी मुद्रास्फीति की तुलना में तेजी से बढ़ रही है

(घ) मुद्रास्फीति असमायोजित मजदूरी की वृद्धि से अधिक है

SECTION B (खंड ख)

Attempt any 6 out of the following 8 questions.

Each question carries 5 marks. (6×5=30)

निम्नलिखित 8 प्रश्नों में से किन्हीं 6 प्रश्नों का उत्तर दीजिए।

प्रत्येक प्रश्न के 5 अंक हैं।

2. (a) Describe the concept of NAIRU. What are its determinants?

(b) Can NAIRU change with time and across countries? (2+3)

(क) एनएआईआरयू की अवधारणा का वर्णन कीजिए। इसके निर्धारक तत्व क्या हैं?

(ख) क्या एनएआईआरयू समय और देशों के साथ बदल सकता है?

3. (a) The Phillips curve is $\pi_t = \pi_t^e + (\mu + z) - \alpha u_t$. Rewrite this relation as a relation between the deviation of the unemployment rate from the natural rate, inflation, and expected inflation.

- (b) Online job websites are getting popular amongst job-seekers and enable them to connect with employers easily. What impact should this have on the natural rate of unemployment in an economy? (3+2)

(क) फिलिप्स वक्र $\pi_t = \pi_t^e + (\mu + z) - \alpha u_t$ इस संबंध को आधार दर, मुद्रास्फीति और अपेक्षित मुद्रास्फीति से बेरोजगारी दर के विचलन के बीच संबंध के रूप में फिर से लिखिए।

(ख) ऑनलाइन नौकरी वेबसाइटें नौकरी चाहने वालों के बीच लोकप्रिय हो रही हैं और उन्हें नियोक्ताओं के साथ आसानी से जुड़ने में सक्षम बनाती हैं। अर्थव्यवस्था में बेरोजगारी की आधार दर पर इसका क्या प्रभाव होना चाहिए?

4. Determine the price-earnings ratio for a stock using the arbitrage argument for financial investment. Can this measure be used to detect bubbles in the stock market? (5)

वित्तीय निवेश के लिए आर्बिट्रेज तर्क का उपयोग करके स्टॉक के लिए मूल्य-आय अनुपात निर्धारित कीजिए। क्या इस उपाय का उपयोग शेयर बाजार में उफान का पता लगाने के लिए किया जा सकता है?

5. "Disinflation typically leads to a period of higher unemployment." Explain. What is the basis of Lucas' assertion that the unemployment costs of disinflation can be reduced significantly? Do you expect faster disinflations to be associated with lower sacrifice ratios? (5)

“अवस्फीति आम तौर पर उच्च बेरोजगारी की अवधि की ओर ले जाती है।” स्पष्ट कीजिए। लुकास के दावे का आधार क्या है कि अवस्फीति की बेरोजगारी लागत को काफी कम किया जा सकता है? क्या आप उम्मीद करते हैं कि तीव्र अवस्फीति कम त्याग अनुपात से जुड़ी होगी?

6. (a) Compute the real interest rate using the exact formula and the approximation formula for $i = 4\%$; $\pi^e = 2\%$.

(b) Explain possible reasons for the firms to pay higher than market-clearing wages. (2+3)

(क) सटीक सूत्र और अनुमान सूत्र का उपयोग करके आधार ब्याज दर की गणना कीजिये $i = 4\%$; $\pi^e = 2\%$.

(ख) फर्मों को बाजार-समाशोधन मजदूरी से अधिक भुगतान करने के संभावित कारणों को स्पष्ट कीजिए।

7. Following the intertemporal optimising model of consumption, derive the intertemporal consumption relation with the interest rate (r) and future-utility discounting factor (δ). Provide a graph along with the economic reasoning behind the typical consumption path to be obtained for different relative magnitudes of r and δ . (3+2)

खपत के इंटरटेम्पोरल ऑप्टिमाइजिंग मॉडल का पालन करते हुए, ब्याज दर (r) और भविष्य-उपयोगिता छूट कारक (δ) के साथ इंटरटेम्पोरल खपत संबंध प्राप्त कीजिए। r और δ के विभिन्न सापेक्ष परिमाणों के लिए प्राप्त किए जाने वाले विशिष्ट उपभोग पथ के पीछे आर्थिक तर्क के साथ एक रेखाचित्र तैयार कीजिए।

8. Discuss an alternative theory of consumption that modifies the intertemporal budget constraint used in the intertemporal optimising models of consumption. How does this alternative theory modify the consumption path proposed in Ando-Modigliani's model of consumption (i.e., *Life Cycle Hypothesis*)? (5)

उपभोग के एक वैकल्पिक सिद्धांत पर चर्चा कीजिए जो खपत के इंटरटेम्पोरल ऑप्टिमाइजिंग मॉडल में उपयोग किए जाने वाले इंटरटेम्पोरल बजट बाधा को संशोधित करता है। यह वैकल्पिक सिद्धांत एंडो-मोदिग्लियानी के उपभोग के मॉडल (यानी, जीवन चक्र परिकल्पना) में प्रस्तावित उपभोग पथ को कैसे संशोधित करता है?

9. Fiscal policy as well as Monetary policy cannot change the level of output in the medium run. Why is then monetary policy considered neutral but not fiscal policy? (5)

राजकोषीय नीति के साथ-साथ मौद्रिक नीति मध्यम अवधि में उत्पादन के स्तर को नहीं बदल सकती है। तो फिर मौद्रिक नीति को तटस्थ क्यों माना जाता है लेकिन राजकोषीय नीति को नहीं?

SECTION C (खंड ग)

Attempt any 3 out of the following 4 questions.

Each question carries 10 marks. (3×10=30)

निम्नलिखित 4 प्रश्नों में से किन्हीं 3 प्रश्नों का उत्तर दीजिए।

प्रत्येक प्रश्न के लिए 10 अंक हैं।

10. In a faraway country, the total population is 5000 people (all of them non-institutional civilian people), 3000 are working and 250 are looking for a job.

(a) What is the size of the labour force? What are the participation rate and unemployment rate?

(3)

(b) In this economy, the labour productivity is 1. And the wage-setting process is described by

$\frac{W}{p^e} = Z - 100u$, Where Z is the unemployment insurance provided by the government and u is the unemployment rate. What is the Price Setting equation for a mark-up level $\mu = 1.5$? Show graphically and mathematically. (2+1)

- (c) What is the natural unemployment rate (show it graphically as well), natural level of employment and natural level of output if $Z = 5$? (2+1+1)

एक दूर देश में, कुल आबादी 5000 लोग हैं (उनमें से सभी गैर-संस्थागत नागरिक हैं), 3000 काम कर रहे हैं और 250 नौकरी की तलाश में हैं।

(क) श्रम शक्ति का आकार क्या है? भागीदारी दर और बेरोजगारी दर क्या है?

(ख) इस अर्थव्यवस्था में, श्रम उत्पादकता 1 है। और मजदूरी-निर्धारण

प्रक्रिया का वर्णन किया गया है। $\frac{W}{p^e} = Z - 100u$, जहां Z

सरकार द्वारा प्रदान किया जाने वाला बेरोजगारी बीमा है और n बेरोजगारी दर है। मूल्य वृद्धि स्तर $\mu = 1.5$ के लिए मूल्य निर्धारण समीकरण क्या है? रेखांकन और गणितीय रूप से दर्शाएं।

- (ग) आधार बेरोजगारी दर क्या है (इसे रेखाचित्र के रूप से भी दर्शाएँ), रोजगार का मूल स्तर और उत्पादन का मूल स्तर यदि $Z = 5$ है?

11. How does Lucas's supply relation describe the possibility of the output in any economy to deviate from its full capacity level? What characteristic(s) of the rational expectation is (are) are required to prove the policy effective proposition. Using the model proposed by Sargent and Wallace (1976), explain the possibility of ineffectiveness of expansionary monetary policy to increase output from its full capacity level. (2+2+6)

लुकास का आपूर्ति संबंध किसी भी अर्थव्यवस्था में उत्पादन की संभावना को अपनी पूर्ण क्षमता स्तर से विचलित करने की संभावना का वर्णन कैसे करता है? नीति प्रभावी प्रस्ताव को सिद्ध करने के लिए तर्कसंगत अपेक्षा की क्या विशेषताएं हैं। सार्जेंट और वालेस (1976) द्वारा प्रस्तावित मॉडल का उपयोग करते हुए, अपनी पूर्ण क्षमता स्तर से उत्पादन बढ़ाने के लिए विस्तारवादी मौद्रिक नीति की अप्रभावीता की संभावना की व्याख्या कीजिए।

12. Explain the short-run variability and long-run constancy of the ratio of consumer expenditure to income with the level of income, in light of the *Permanent Income Hypothesis* of consumption postulated by Friedman. (10)

फ्रीडमैन द्वारा प्रतिपादित उपभोग की स्थायी आय परिकल्पना के आलोक में आय के स्तर के साथ उपभोक्ता व्यय और आय के अनुपात की अल्पकालिक परिवर्तनशीलता और दीर्घकालिक स्थिरता को स्पष्ट कीजिए।

13. Suppose a house in X-Y city can be rented for Rs. 30,000 monthly. The house depreciates at the rate of 5 percent per year, the annual interest is 10 percent, and mortgage interest is tax deductible, where the relevant tax rate is 30 percent. Following the arbitrage argument in residential investment,

(a) Determine the change in the house-price, in case of a reduction in the downpayment rate from 25 to 15 percent, given the expected annual growth rate of the house-price is at 8 percent. What do you infer regarding the cause of the housing price bubble from this change in house-price. (4+1)

- (b) Determine the change in the house-price, in case of an increase in the expected annual growth rate of the house-price from 8 to 10 percent, given downpayment rate is at 25 percent. What do you infer regarding the cause of housing price bubble from this change in house-price. (4+1)

मान लीजिए कि X-Y शहर में एक घर 30,000 रुपये मासिक में किराए पर लिया जा सकता है। घर का प्रति वर्ष 5 प्रतिशत की दर से मूल्यवृद्धि होता है, वार्षिक ब्याज 10 प्रतिशत है, और बंधक ब्याज कर कटौती योग्य है, जहां प्रासंगिक कर दर 30 प्रतिशत है। आवासीय निवेश में आर्बिट्राज तर्क के बाद,

- (क) नकद भुगतान दर में 25 से 15 प्रतिशत की कमी के मामले में, मकान की कीमत में परिवर्तन का निर्धारण कीजिए, यह देखते हुए कि मकान की कीमत की अपेक्षित वार्षिक वृद्धि दर 8 प्रतिशत है। मकान की कीमत में इस परिवर्तन से आवास मूल्य में उफान के कारण के बारे में आप क्या अनुमान लगाते हैं।
- (ख) मकान की कीमत की अपेक्षित वार्षिक वृद्धि दर में 8 से 10 प्रतिशत की वृद्धि के मामले में, मकान की कीमत में परिवर्तन का निर्धारण कीजिए, क्योंकि नकद भुगतान दर 25 प्रतिशत है। मकान की कीमत में इस बदलाव से आवास मूल्य में उफान के कारण के बारे में आप क्या अनुमान लगाते हैं।



27

[This question paper contains 8 printed pages.]

Your Roll No. 2024

Sr. No. of Question Paper : 685

G

Unique Paper Code : 2273102003

Name of the Paper : Fiscal Policy and Public Finance
in India

Name of the Course : **B.A. (Honours) Economics;**
Discipline Specific Elective
(DSE)

Semester : III

Duration : 3 Hours

Maximum Marks : 90

Instructions for Candidates

1. Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.
2. This question paper contains **eight** questions. Attempt any **five**.
3. **All** questions carry equal marks.
4. Answers may be written either in English or Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

P.T.O.

छात्रों के लिए निर्देश

1. इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए ।
2. इस प्रश्नपत्र में 8 प्रश्न दिये गए हैं । कोई पाँच प्रश्न करें ।
3. सभी प्रश्नों के अंक समान हैं ।
4. इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिंदी किसी एक भाषा में दीजिए, लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए ।

1. What do you understand by the Iron Triangle problem?

Is it possible to design a welfare program that solves this iron triangle? Discuss. (18)

लौह त्रिभुज समस्या से आप क्या समझते हैं? क्या इस लौह त्रिकोण को हल करने वाले एक कल्याणकारी कार्यक्रम को डिजाइन करना संभव है? चर्चा कीजिए।

2. Distinguish between public goods and private goods. Using suitable diagrams, compare the efficient provision of public goods vis a vis private goods.

(6,12)

सार्वजनिक वस्तुओं और निजी वस्तुओं के बीच अंतर कीजिए। उपयुक्त रेखाचित्र का उपयोग करके, निजी वस्तुओं की तुलना में सार्वजनिक वस्तुओं के कुशल प्रावधान की तुलना कीजिए।

3. (a) Suppose that the labour market is perfectly competitive. Mr A and Mr B earn Rs. 50,000 per year working for the same company which offers health insurance worth Rs. 10,000 to all the employees. Assume further that they both face a flat tax rate of 25%. Given that, Mr. A buys health insurance from the employer and Mr. B buys insurance on his own for Rs. 9000, discuss the impact of tax subsidy to employer- provided insurance.

(10)

(b) What is meant by Optimal fiscal federalism?

(8)

(क) मान लीजिए कि श्रम बाजार पूरी तरह से प्रतिस्पर्धी है। श्री A और श्री B एक ही कंपनी के लिए काम करते हुए प्रति वर्ष 50,000 रुपये कमाते हैं जो सभी कर्मचारियों को 10,000 रुपये का स्वास्थ्य बीमा प्रदान करती है। आगे मान लीजिए कि वे दोनों 25% की एकसमान कर दर का सामना करते हैं। यह देखते हुए, श्री A नियोक्ता से स्वास्थ्य बीमा खरीदते हैं और श्री B 9000 रुपये के लिए स्वयं बीमा खरीदते हैं, नियोक्ता द्वारा प्रदान किए गए बीमा पर कर सब्सिडी के प्रभाव पर चर्चा कीजिए।

(ख) इष्टतम राजकोषीय संघवाद से क्या तात्पर्य है?

4. (a) "When internalizing externalities, the assignment of property rights to one of the parties will bring a socially efficient outcome." Explain. (9)

(b) Explain the types of Intergovernmental Grants in detail. (9)

(क) “बाह्यताओं को नियंत्रित करते समय, पक्षों में से एक को संपत्ति के अधिकारों का समनुदेशन सामाजिक रूप से कुशल परिणाम लाएगा।” स्पष्ट कीजिए।

(ख) अंतर-सरकारी अनुदानों के प्रकारों को विस्तार से स्पष्ट कीजिए।

5. What is meant by market failure? Explain in detail, reasons why markets fail to achieve efficiency. (18)

बाजार की विफलता से क्या तात्पर्य है? बाजार दक्षता प्राप्त करने में विफल क्यों होते हैं, इसे विस्तृत रूप में स्पष्ट कीजिए।

6. Explain the key recommendations of the 15th Finance Commission, and the fiscal roadmap envisaged by it. (18)

15वें वित्त आयोग की प्रमुख सिफारिशों और उसके द्वारा परिकल्पित राजकोषीय रूपरेखा को स्पष्ट कीजिए।

7. (a) Illustrate how there is a clear potential for moral hazard on the patient side of the medical care system. Use suitable diagrams. (9)

- (b) Generally, for every emissions fee, in theory there is a cap-and-trade system that achieves just the same outcome, and vice versa. However, in practice, there are some differences in how the two systems perform. Discuss. (9)

(क) उदाहरण के लिए स्पष्ट कीजिए कि चिकित्सा देखभाल प्रणाली के रोगी पक्ष पर नैतिक खतरे की स्पष्ट संभावना कैसे है। उपयुक्त रेखाचित्र का उपयोग कीजिए।

(ख) सामान्यतः, प्रत्येक उत्सर्जन शुल्क के लिए, सिद्धांत रूप में एककैप एंड ट्रेड सिस्टम होता है जो सिर्फ एक ही परिणाम प्राप्त करता है, और इसके विपरीत। हालांकि, व्यवहार में, दो प्रणालियों के प्रदर्शन में कुछ अंतर हैं। चर्चा कीजिए।

3. Write short notes on :

(a) Annual Financial Statement of the Budget

(b) Free-rider problem

(c) Static versus Dynamic scoring (6,6,6)

निम्नलिखित पर संक्षिप्त टिप्पणी लिखिए :

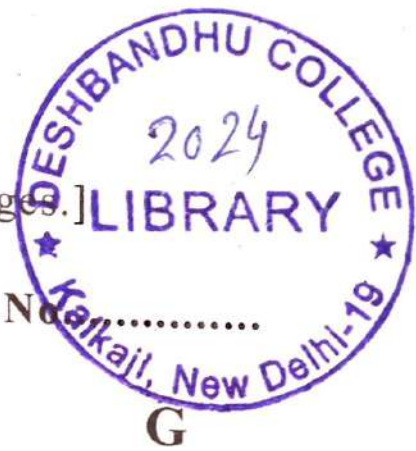
(क) बजट का वार्षिक वित्तीय विवरण

P.T.O.

(ख) फ्री-राइडर की समस्या

(ग) स्थैतिक बनाम गतिशील स्कोरिंग

28



[This question paper contains 20 printed pages.]

Your Roll No.....

Sr. No. of Question Paper : 5231

G

Unique Paper Code : 12271301

Name of the Paper : Intermediate Microeconomics-I

Name of the Course : BA (Hons.) Economics
CBCS, Core

Semester : III

Duration : 3 Hours

Maximum Marks : 75

Instructions for Candidates

1. Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.
2. Answer any **three** questions from **Part-A** and any **two** questions from **Part-B**.
3. Answers may be written either in English or Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

छात्रों के लिए निर्देश

1. इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए।

P.T.O.

2. भाग-ए से किन्हीं तीन प्रश्नों का उत्तर और भाग-बी से किन्हीं दो प्रश्नों का उत्तर दें ।
3. इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिंदी किसी एक भाषा में दीजिए, लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए ।

PART - A

भाग - ए

1. (a) Different students at World's Greatest University (WGU) have different preferences about economics. Draw the Indifference curves associated with each of the following statements. Measure "economics books" along horizontal axis and "books about other subjects" along vertical axis. Draw arrows indicating the direction in which utility is increasing.

(i) "I care only about the total amount of knowledge I acquire. It is the same whether that is economics knowledge or knowledge of any other kind. That is, all books on all subjects are perfect substitutes for me."

- (ii) "I hate the ABC textbook and all other economics books. On the other hand, I love everything else in the WGU curriculum."
 - (iii) "I really like books about economics because I want to understand the economic world. Books about other subjects make no difference to me."
 - (iv) "I like all my courses and the liberal education that WGU offers. That is, I prefer to read books on a variety of different subjects, rather than to read lots on one subject and little on the others."
- (b) (i) Explain the axioms of consumer's preferences.
- (ii) Show that the following CES function :

$$\alpha \frac{x^\delta}{\delta} + \beta \frac{y^\delta}{\delta}$$

- (a) is homothetic.
- (b) Show that if $x = y$, marginal rate of substitution (MRS) for this function depends only on the relative sizes of α and β .

(8+7)

(क) वर्ल्ड्स ग्रेटेस्ट यूनिवर्सिटी (डब्ल्यूजीयू) के विभिन्न छात्रों की अर्थशास्त्र के बारे में अलग-अलग प्राथमिकताएं हैं। निम्नलिखित कथनों में से प्रत्येक के साथ संबद्ध अनधिमान वक्रों को आरेखित कीजिए। क्षैतिज अक्ष के साथ “अर्थशास्त्र की पुस्तकें” और ऊर्ध्वाधर अक्ष के साथ “अन्य विषयों से जुड़ी पुस्तकें” मापें। उस दिशा को इंगित करते हुए तीर खींचें जिसमें उपयोगिता बढ़ रही है।

- (i) “मैं केवल उस पूरे ज्ञान के बारे में परवाह करता हूँ जो मैं प्राप्त करता हूँ। यह दोनों के लिए समान है चाहे वह अर्थशास्त्र का ज्ञान हो या किसी अन्य प्रकार का ज्ञान हो। इसीलिए, सभी विषयों से जुड़ी सभी पुस्तकें मेरे लिए एकदम सही विकल्प हैं।”
- (ii) “मुझे एबीसी पाठ्यपुस्तक और अर्थशास्त्र की अन्य सभी पुस्तकें पसंद नहीं हैं। दूसरी ओर, मुझे डब्ल्यूजीयू पाठ्यक्रम में बाकी सब कुछ पसंद है।”
- (iii) “मुझे वास्तव में अर्थशास्त्र से जुड़ी पुस्तकें पसंद हैं क्योंकि मैं आर्थिक जगत को समझना चाहता हूँ। अन्य विषयों से जुड़ी पुस्तकों को लेकर मुझे कोई फर्क नहीं पड़ता।”

(iv) “मुझे अपने सभी पाठ्यक्रम और उदार शिक्षा पसंद है जो डब्ल्यूजीयू प्रदान करता है। इसीलिए, मैं एक विषय पर बहुत कुछ पढ़ने और दूसरों पर थोड़ा पढ़ने के बजाय विभिन्न विषयों से जुड़ी पुस्तकें पढ़ना पसंद करता हूँ।”

(ख) (i) उपभोक्ता की प्राथमिकताओं के सिद्धांतों को स्पष्ट कीजिए।

(ii) निम्न सीईएस फलन दर्शाएं :

$$\alpha \frac{x^\delta}{\delta} + \beta \frac{y^\delta}{\delta}$$

(क) होमोथेटिक है।

(ख) दर्शाएं कि यदि $x = y$ है, तो इस फलन के लिए प्रतिस्थापन की सीमांत दर (एमआरएस) केवल α और β के सापेक्ष आकार पर निर्भर करती है।

2. (a) There are 2 goods in the world, pumpkins and apple cider. Pumpkins are \$2 each. Cider is \$7 per gallon for the first 2 gallons. After the second gallon, price of cider drops to \$4 per gallon.

- (i) Peter's income is \$54. Draw his budget line. Solve for intercepts on and axes and kink in the budget line.
- (ii) Peter's utility function is, $u(x_1, x_2) = x_1 + 3x_2$. Sketch some Indifference curves in the graph. Find Peter's optimal consumption bundle.
- (iii) Differentiate between Weak Axiom of Revealed Preference (WARP) and Strong Axiom of Revealed Preference (SARP).
- (b) Olivia gets an allowance of \$50 this week, but it will have to last for two weeks, as Mom pays her every other week. Let c_1 be her consumption this week (measured in units of stuff) and let c_2 be her consumption next week (measured in the same units). The price of one unit of stuff this week is \$1. Next week the price will be higher because of inflation. Assume the inflation rate is 1% per week or 0.01 per week. Therefore, the price of one unit of stuff next week will be $\$1(1+\pi) = \1.01 . Olivia can borrow or save at the local bank, whether she is borrowing or saving, the interest rate is 1% per week or 0.01 when expressed as decimal. Olivia's utility function is, $u(c_1, c_2) = \ln c_1 + \ln c_2$.

- (i) Write down Olivia's budget constraint first in abstract (with M , π , i) and then with given values incorporated.
- (ii) Find her optimal consumption bundle (c_1^*, c_2^*) .
- (iii) Assume the inflation rate rises to 10% and the interest rate drops to zero, find her new optimal consumption bundle.

(9+6)

(क) दुनिया में 2 सामान हैं, कद्दू और सेब साइडर। प्रति कद्दू \$2 का है। साइडर पहले 2 गैलन के लिए \$7 प्रति गैलन है। 2 गैलन के बाद, साइडर की कीमत \$4 प्रति गैलन तक गिर जाती है।

- (i) पीटर की आय \$54 है। उसकी बजट रेखा खींचें। बजट रेखा में इंटरसेप्ट्स और अक्षों और किंक को हल कीजिए।
- (ii) पीटर का उपयोगिता फलन है, $u(x_1, x_2) = x_1 + 3x_2$ । रेखाचित्र में कुछ अनधिमान वक्रों को बनाएं। पीटर का इष्टतम स्वपत बंडल ज्ञात कीजिए।

(iii) प्रकट वरीयता के कमजोर सिद्धांत (डब्ल्यूएआरपी) और प्रकट वरीयता के मजबूत सिद्धांत (एसएआरपी) के बीच अंतर कीजिए।

(ख) ओलिविया को इस सप्ताह \$50 का भत्ता मिलता है, लेकिन इसे दो सप्ताह तक चलना होगा, क्योंकि माँ उसे हर दूसरे सप्ताह भुगतान करती है। मान लीजिए इस सप्ताह उसकी खपत है (सामान की इकाइयों में मापा जाता है) और मान लीजिए अगले सप्ताह उसकी खपत है (उसी इकाइयों में मापा जाता है)। इस सप्ताह सामान की एक इकाई की कीमत \$1 है। अगले सप्ताह मुद्रास्फीति के कारण कीमत अधिक होगी। मान लीजिए कि मुद्रास्फीति दर प्रति सप्ताह 1% या प्रति सप्ताह 0.01 है। इसलिए, अगले सप्ताह सामान की एक इकाई की कीमत $\$1(1+\pi) = \1.01 होगी। ओलिविया स्थानीय बैंक से उधार ले सकती है या बचत कर सकती है, चाहे वह उधार ले रही हो या बचत कर रही हो, ब्याज दर प्रति सप्ताह 1% या दशमलव के रूप में व्यक्त होने पर 0.01 है। ओलिविया का उपयोगिता फलन $u(c_1, c_2) = \ln c_1 + \ln c_2$ है।

- (i) ओलिविया की बजट की कमी को पहले संक्षेप में लिखिए
(M , π , i के साथ) और फिर दिए गए मूल्यों को शामिल कीजिए।
- (ii) उसका इष्टतम खपत बंडल (c_1^* , c_2^*) ज्ञात कीजिए।
- (iii) मान लीजिए कि मुद्रास्फीति दर 10% तक बढ़ जाती है और ब्याज दर शून्य हो जाती है, तो उसका नया इष्टतम उपभोग बंडल ज्ञात कीजिए।

3. (a) Each day Paul who is in the third grade, eats lunch at school. He likes only Twinkies (t) and Soda (s) and these provide him a utility of,

$$u(t,s) = \sqrt{ts}$$

- (i) If Twinkies cost \$0.10 each and soda cost \$0.25 per cup. How should Paul spend \$1 his mother gives him to maximize his utility.
- (ii) If the school tries to discourage Twinkie consumption by increasing the price to \$0.40 by how much will Paul's mother have to increase his lunch allowance to provide him with the same level of utility he received in part a).

(b) (i) "Tangency is only a necessary condition but not a sufficient condition for a maximum".
Comment.

(ii) Show that lump sum tax makes the consumer better off compared to quantity tax which costs the government the same amount.

(6+9)

(क) पॉल जो तीसरी कक्षा में है, प्रतिदिन स्कूल में दोपहर का भोजन करता है। वह केवल दिवनकीज (t) और सोडा (s) पसंद करता है और ये उसे इसकी उपयोगिता प्रदान करते हैं,

$$u(t,s) = \sqrt{ts}$$

(i) यदि प्रति दिवनकीज की कीमत \$0.10 और सोडा की कीमत \$0.25 प्रति कप है, तो पॉल को अपनी उपयोगिता को अधिकतम करने के लिए \$1 कैसे खर्च करना चाहिए जो उसकी माँ उसे देती है।

(ii) यदि स्कूल दिवनकी की खपत को हतोत्साहित करने के प्रयास में कीमत को \$0.40 तक बढ़ा देता है, तो पॉल की माँ को उसे भाग (क) में प्राप्त उपयोगिता का समान स्तर प्रदान करने के लिए उसके दोपहर के भोजन का भत्ता कितना बढ़ाना होगा।

(ख) (i) “स्पर्शिता केवल एक आवश्यक शर्त है लेकिन अधिकतम के लिए पर्याप्त स्थिति नहीं है”, टिप्पणी कीजिए।

(ii) सरकार की समान राशि खर्च करने वाले मात्रा कर की तुलना में एकमुश्त कर उपभोक्ताओं के लिए बेहतर कैसे है इसे स्पष्ट कीजिए।

4. (a) Suppose that Ram took part in a lottery that had a chance to increase, decrease or have no effect on his level of income. With probability 0.4, his income remains at its original level \$400, with probability 0.4 his income increases to \$800 and with probability 0.2 his income decreases to \$200. His utility function is,

$$u(I) = 125 + 3I$$

where ‘I’ denotes his level of income.

- (i) Show that Ram’s risk preferences are risk neutral.
- (ii) Calculate Expected Utility and the utility equivalent of the Expected Value of Ram’s income.

(iii) Suppose now that Ram had the option to either accept this lottery or walk away with initial \$400. Should he accept the lottery, why or why not?

(b) (i) Explain the methods of managing risk.

(ii) Describe Risk Aversion using Indifference curves. (9+6)

(क) मान लीजिए कि राम ने एक लॉटरी में भाग लिया जिसमें उसकी आय के स्तर को बढ़ाने, घटाने या कोई प्रभाव नहीं डालने का मौका था। संभावना 0.4 के साथ, उसकी आय \$400 के अपने वास्तविक स्तर पर रहती है, संभावना 0.4 के साथ उसकी आय \$800 तक बढ़ जाती है और संभावना 0.2 के साथ उसकी आय \$200 तक कम हो जाती है। उसका उपयोगिता फलन है,

$$u(I) = 125 + 3I$$

जहाँ 'I' उसकी आय का स्तर दर्शाता है

(i) राम की जोखिम प्राथमिकताएँ जोखिम तटस्थ हैं इसे दर्शाएं।

- (ii) अपेक्षित उपयोगिता और राम की आय के अपेक्षित मूल्य के बराबर उपयोगिता की गणना कीजिए।
- (iii) मान लीजिए कि राम के पास या तो इस लॉटरी को स्वीकार करने या शुरुआती \$400 लेकर हटने का विकल्प था। क्या उसे लॉटरी स्वीकार करनी चाहिए, क्यों या क्यों नहीं?
- (ख) (i) जोखिम प्रबंधन की पद्धतियों को स्पष्ट कीजिए।
- (ii) अनधिमान वक्रों का उपयोग करके जोखिम विचलन का वर्णन कीजिए।

PART - B

भाग - बी

5. (a) Constant Returns to Scale CES Production function is given as :

$$q = (k^{\rho} + l^{\rho})^{\frac{1}{\rho}}$$

- (i) Show that $MP_k = \left(\frac{q}{k}\right)^{1-\rho}$ and $MP_l = \left(\frac{q}{l}\right)^{1-\rho}$.

(ii) Show that $RTS = \left(\frac{k}{l}\right)^{1-\rho}$. Use this to show that elasticity of substitution, $\sigma = \frac{1}{1-\rho}$.

(iii) Prove that $\frac{q}{l} = \left(\frac{\partial q}{\partial l}\right)^\sigma$.

(b) Explain the properties of Profit function.

(9+6)

(क) सीईएस उत्पादन फलन को बढ़ाने के लिए निरंतर प्रतिफल निम्नानुसार दिया गया है :

$$q = (k^\rho + l^\rho)^{\frac{\gamma}{\rho}}$$

(i) यह दर्शाएं कि $MP_k = \left(\frac{q}{k}\right)^{1-\rho}$ और $MP_l = \left(\frac{q}{l}\right)^{1-\rho}$.

(ii) यह दर्शाएं कि $RTS = \left(\frac{k}{l}\right)^{1-\rho}$. प्रतिस्थापन की लोच

दिखाने के लिए इसका उपयोग कीजिए, $\sigma = \frac{1}{1-\rho}$.

(iii) सिद्ध कीजिए कि $\frac{q}{l} = \left(\frac{\partial q}{\partial l}\right)^\sigma$.

(ख) लाभ फलन के गुणों को स्पष्ट कीजिए।

6. (a) Acme Heavy equipment school teaches students how to drive construction machinery.

Number of students that the school can educate per week is given by $q = 10 \min(k, l)^\gamma$ where is 'k' is the number of backhoes the firm rents per week, 'l' is the number of instructors hired each week and ' γ ' is a parameter indicating the returns to scale in this production function.

- (i) Supposing $\gamma = 0.5$, calculate firm's total cost function and profit function.
- (ii) If $v = 1000$, $w = 500$, $P = 600$, how many students will Acme serve and what are its profits.
- (iii) If price students are willing to pay rises to $P = 900$, how much will profit change?

- (b) Hard red winter wheat is planted in the fall in order to be harvested in the spring. Suppose that

wheat production uses acres of land A and labour L in its production as follows :

$$q = \alpha A + l^\beta,$$

where 'q' is in thousands of bushels. Calculate the total cost function for wheat. (9+6)

(क) एक्मे हेवी इक्विपमेंट स्कूल छात्रों को सिखाता है कि निर्माण मशीन कैसे चलाएं। स्कूल द्वारा प्रति सप्ताह शिक्षित किए जा सकने वाले छात्रों की संख्या $q = 10$ मिनट $(k, l)^\gamma$ दी गई है। फर्म द्वारा प्रति सप्ताह किराए पर लिए जाने वाले बैकहोकी संख्या 'k' है, प्रति सप्ताह इस काम के लिए रखे जाने वाले प्रशिक्षकों की संख्या 'l' और ' γ ' एक पैरामीटर है जो इस उत्पादन फलन में पैमाने पर प्रतिफल का संकेत देता है।

(i) मान लीजिए $\gamma = 0.5$, फर्म के कुल लागत फलन और लाभ फलन की गणना कीजिए।

(ii) यदि $v = 1000$, $w = 500$, $P = 600$ है, तो Acme कितने छात्रों की सेवा प्रदान करेगा और उसका लाभ कितना होगा?

(iii) यदि छात्र $P = 900$ तक का भुगतान करने के लिए तैयार हैं, तो लाभ में कितना परिवर्तन होगा?

(ख) कड़ाके की सर्दियों वाले गेहूं को पतझड़ में लगाया जाता है ताकि उसे वसंत में काटा जा सके। मान लीजिए कि गेहूं का उत्पादन अपने उत्पादन में एकड़ भूमि A और श्रम L का उपयोग निम्नानुसार करता है :

$$q = \alpha A + l^\beta,$$

जहां 'q' हजारों बुशल में है। गेहूं के लिए कुल लागत फलन की गणना कीजिए।

7. (a) Suppose the production function for widgets is given by

$$q = kl - 0.8k^2 - 0.2l^2$$

Where 'q' represents the annual quantity of widgets produced, 'k' represents annual capital input and 'l' represents annual labour input.

- (i) Suppose $k = 10$, graph the total and average productivity curves of labour. At what level of labour input does this average productivity reach a maximum? How many widgets are produced at that point?
- (ii) Again, assuming $k = 10$, graph the MP_L curve. At what level of labor input does $MP_L = 0$.
- (iii) Does widget production exhibit constant, increasing or decreasing returns to scale?
- (b) Use Shepherd's Lemma to compute the (constant output) demand functions for inputs L and K for the following cost functions :

$$(i) \quad C = qw^{\frac{2}{3}}v^{\frac{1}{3}}$$

$$(ii) \quad C = q(v + 2\sqrt{vw} + w) \quad (9+6)$$

(क) मान लीजिए कि विजेट के लिए उत्पादन फलन इसके द्वारा दिया गया है

$$q = kl - 0.8k^2 - 0.2l^2$$

जहां, 'q' उत्पादित विजेट की वार्षिक मात्रा का प्रतिनिधित्व करता है, 'k' वार्षिक पूंजी इनपुट का प्रतिनिधित्व करता है और 'l' वार्षिक श्रम इनपुट का प्रतिनिधित्व करता है।

(i) मान लीजिए कि $k = 10$, श्रम के कुल और औसत उत्पादकता वक्रों का रेखाचित्र तैयार कीजिए। श्रम इनपुट के किस स्तर पर यह औसत उत्पादकता अधिकतम तक पहुंचती है? उस बिंदु पर कितने विजेट का उत्पादन किया जाता है?

(ii) फिर, $k = 10$ मानते हुए, MP_l वक्र का रेखाचित्र बनाएं। श्रम इनपुट के किस स्तर पर $MP_l = 0$ होगा।

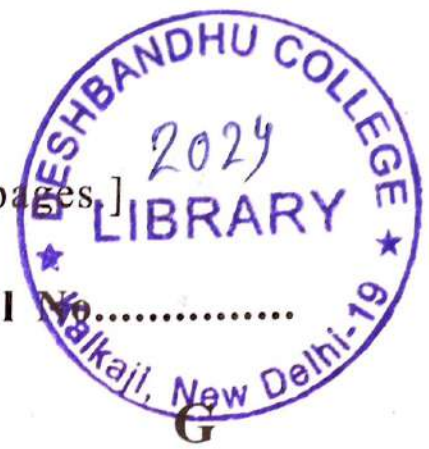
(iii) क्या विजेट उत्पादन पैमाने पर निरंतर, बढ़ते या घटते प्रतिफल दर्शाता है?

(ख) इनपुट L और निम्नलिखित लागत फलन के लिए K के लिए
(निरंतर आउटपुट) मांग फलन की गणना करने के लिए शेफर्ड
के लेम्मा का उपयोग कीजिए :

$$(i) \quad C = qw^{\frac{2}{3}}v^{\frac{1}{3}}$$

$$(ii) \quad C = q(v + 2\sqrt{vw} + w)$$

29



[This question paper contains 12 printed pages.]

Your Roll No.....

Sr. No. of Question Paper : 5297

Unique Paper Code : 12271302

Name of the Paper : Intermediate Macroeconomics-1

Name of the Course : **B.A. (Hons) Economics**

Semester : III

Duration : 3 Hours

Maximum Marks : 75

Instructions for Candidates

1. Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.
2. Attempt any 5 questions.
3. Answers may be written either in English or Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

छात्रों के लिए निर्देश

1. इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए।

P.T.O.

2. किन्हीं पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए ।

3. इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिंदी किसी एक भाषा में दीजिए, लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए ।

1. (a) Suppose that the firm's markup over cost is 5%, and the wage-setting equation is

$W = P(1-u)$, where u is the unemployment rate.

(i) What is the real wage as determined by the price setting equation?

(ii) Suppose that the markup of price over cost increases to 10%. What happens to the natural rate of unemployment.

- (b) Use the wage setting and price setting (WS-PS) diagram to show how the following factors impact the unemployment rate and real wages.

(i) An increase in unemployment benefits.

(ii) An increase in market power of firms (markup increase).

(अ) मान लीजिए कि लागत पर फर्म का बाजार पूंजीकरण 5% है, और मजदूरी-निर्धारण समीकरण $W = P(1-u)$, है, जहां u बेरोजगारी दर है :

(i) मूल्य निर्धारण समीकरण द्वारा निर्धारित वास्तविक मजदूरी क्या है?

(ii) मान लीजिए कि लागत पर मूल्य में वृद्धि 10% तक बढ़ जाती है। बेरोजगारी की आधार दर पर क्या प्रभाव पड़ेगा?

(ब) मजदूरी निर्धारण और मूल्य निर्धारण (WS-PS) आरेख का उपयोग यह दिखाने के लिए कीजिए कि निम्नलिखित तथ्य बेरोजगारी दर और वास्तविक मजदूरी को कैसे प्रभावित करते हैं।

(i) बेरोजगारी लाभ में वृद्धि।

(ii) समय की बाजार शक्ति में वृद्धि (मार्कअप वृद्धि)

2. (a) Explain the difference between the participation rate and the unemployment rate.

(b) Explain life cycle hypothesis.

(अ) सहभागिता दर और बेरोजगारी दर के बीच अंतर स्पष्ट कीजिए।

(ब) जीवनचक्र परिकल्पना (life cycle hypothesis) की व्याख्या कीजिए।

3. (a) Consider an economy with perfect capital mobility, fixed price level, and flexible exchange rate. Explain why monetary policy will be completely effective and fiscal policy will be ineffective in changing output.

(b) In the above scenario, explain how expansionary monetary policy may lead to competitive depreciation among the countries.

(अ) संपूर्ण पूंजी गतिशीलता, निश्चित मूल्य स्तर और लचीली विनिमय दर वाली अर्थव्यवस्था पर विचार कीजिए। मौद्रिक नीति पूरी तरह से प्रभावी होने और राजकोषीय नीति के परिवर्तित परिदृश्य में प्रभावी होने के कारण स्पष्ट कीजिए।

(ब) उपर्युक्त परिदृश्य में, विस्तारवादी मौद्रिक नीति से देशों के बीच प्रतिस्पर्धात्मक मूल्यहास कैसे हो सकता है।

4. (a) Distinguish between the following :

(i) Adjustable Peg.

(ii) Crawling Peg.

(iii) Managed Floating exchange rate system.

(b) Discuss the J-curve.

(c) Briefly explain how foreign exchange risks leads to an opportunity of hedging and speculation.

(अ) निम्नलिखित के बीच अंतर कीजिए -

(i) समायोज्य अधिकीलन (Adjustable Peg.)

(ii) विसर्पी अधिकीलन (Crawling Peg.)

(iii) प्रबधित अस्थिर विनिमय दर प्रणाली।

(ब) J-वक्र के संबंध में चर्चा कीजिए।

(स) विदेशी मुद्रा जोखिम से हेजिंग और सट्टेबाजी के अवसर उत्पन्न होते हैं इसे संक्षिप्त में स्पष्ट कीजिए।

5. (a) In a closed economy with AS and AD analysis explain the short-run and long-run effects of expansionary monetary policy on output.

(b) Suppose the utility function of a consumer is given by

$$\sum_0^T \frac{\ln c_t}{(1 + \delta)^t}$$

A consumer wants to maximize c_t subject to the constraint

$$\sum_0^T \frac{c_t}{(1+r)^t} = \sum_0^T \frac{y_t}{(1+r)^t}$$

Given the above information derive

$$c_t = \left(\frac{1+r}{1+\delta} \right) c_{t-1}$$

Hint: Use the method of Lagrange Multiplier.

- (अ) AS और AD विश्लेषण के साथ एक बंद अर्थव्यवस्था में उत्पादन पर विस्तारवादी मौद्रिक नीति के अल्पकालिक और दीर्घकालिक प्रभावों की व्याख्या कीजिए।
- (ब) मान लीजिए कि उपभोक्ता का उपयोगिता फलन निम्नलिखित द्वारा दर्शाया गया है

$$\sum_0^T \frac{\ln c_t}{(1+\delta)^t}$$

कोई उपभोक्ता बाधा के अधीन c_t को अधिकतम करना चाहता है।

$$\sum_0^T \frac{c_t}{(1+r)^t} = \sum_0^T \frac{y_t}{(1+r)^t}$$

उपरोक्त जानकारी से निम्नलिखित प्राप्त होता है

$$c_t = \left(\frac{1+r}{1+\delta} \right) c_{t-1}$$

संकेत: लग्रान्ज गुणक विधि का उपयोग कीजिए।

6. (a) Suppose that the Phillips curve is given by $\pi_t - \pi_t^e = -(u_t - 5\%)$ and the expected inflation is given by $\pi_t^e = \pi_{t-1}$.

- (i) What is the sacrifice ratio of the economy?

Suppose that unemployment is initially equal to the natural rate and $\pi = 12\%$. The central bank decides that 12% inflation is

too high and that starting in year t , it will maintain the unemployment rate one percentage point above the natural rate of unemployment until the inflation rate is decreased to 2%.

- (ii) Compute the rate of inflation for year t , $t+1$, $t+2$.
 - (iii) For how many years must the central bank keep the unemployment rate above the natural rate of unemployment? Is the implied sacrifice ratio consistent with your answer to (i).
 - (iv) What advice should you give to a central bank if it wants to achieve the same results quickly?
- (b) Explain the difference between the criticism of the traditional approach to disinflation given by Lucas and Taylor.

(अ) मान लीजिए कि फिलिप्स वक्र $\pi_t - \pi_t^e = -(u_t - 5\%)$ पर दर्शाया गया है और अपेक्षित मुद्रास्फीति $\pi_t^e = \pi_{t-1}$ दी गई है।

(i) अर्थव्यवस्था का त्याग अनुपात क्या है?

मान लीजिए कि बेरोजगारी शुरू में आधार दर के समान है और $\pi = 12\%$ है। केंद्रीय बैंक यह निर्धारित करता है कि 12% मुद्रास्फीति बहुत अधिक है और वर्ष t से शुरू होकर, यह बेरोजगारी दर को बेरोजगारी की आधार दर से एक प्रतिशत अंक ऊपर बनाए रखेगा जब तक कि मुद्रास्फीति की दर 2% तक कम नहीं हो जाती।

(ii) वर्ष $t, t+1, t+2$ के लिए मुद्रास्फीति दर की गणना कीजिए।

(iii) केंद्रीय बैंक को कितने वर्षों तक बेरोजगारी दर को बेरोजगारी की आधार दर से ऊपर रखना चाहिए? क्या निहित त्याग अनुपात आपके उत्तर (i) के अनुरूप है?

(iv) यदि कोई केन्द्रीय बैंक शीघ्रता से वही परिणाम प्राप्त करना चाहता है तो आपको उसे क्या सलाह देंगे?

- (ब) लुकास और टेलर द्वारा दिए गए अवस्फीति के पारंपरिक दृष्टिकोण की आलोचना के बीच अंतर स्पष्ट कीजिए।

7. Write a short note on **any three** of the following :

- (a) Neutrality of money.
- (b) Expansionary fiscal policy.
- (c) Contractionary monetary policy.
- (d) BoP deficit.
- (e) Keynesian consumption function.

निम्नलिखित में से किन्हीं तीन पर एक संक्षिप्त टिप्पणी लिखिए :

- (i) मुद्रा की तटस्थता
- (ii) विस्तारकारी राजकोषीय नीति
- (iii) संकुचनकारी मौद्रिक नीति

(iv) भुगतान संतुलन घाटा

(v) कीनेसियन उपभोग फलन

30

[This question paper contains 28 printed pages.]

Your Roll No. 2024

Sr. No. of Question Paper : 5460

Unique Paper Code : 12271303

Name of the Paper : Statistical Methods for Economics

Name of the Course : Core CBCS

Semester Scheme : III – CBCS

Duration : 3 Hour

Maximum Marks : 75



Instructions for Candidates

1. Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.
2. Answers may be written either in English or Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.
3. All questions within each section are to be answered in a contiguous manner on the answer sheet. Start each question on a new page, and all subparts of a question should follow one after the other.
4. The use of a simple non-programmable calculator is allowed.
5. Statistical tables are attached for your reference.
6. In all calculations, figures should be rounded to two decimal places.

छात्रों के लिए निर्देश

1. इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए।
2. इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिंदी किसी एक भाषा में दीजिए, लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए।
3. प्रत्येक खंड के सभी प्रश्नों के उत्तर पत्रक पर सन्निहित तरीके से दीजिये। प्रत्येक प्रश्न को एक नए पृष्ठ पर प्रारंभ कीजिये, और एक प्रश्न के सभी उपभागों को एक के बाद एक अनुसरण कीजिये।
4. एक साधारण गैर-प्रोग्रामेबल कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है।
5. सांख्यिकीय टेबल आपके संदर्भ के लिए संलग्न हैं।
6. सभी गणनाओं में, आंकड़ों को दो दशमलव स्थानों पर गोल किया जाना चाहिए।

SECTION I (खंड I)

Both Questions are compulsory.

दोनों प्रश्न अनिवार्य हैं।

1. (a) Differentiate between simple random sampling and stratified sampling.
- (b) Let $X_1, X_2, \dots, X_n$ be a random sample from a population with mean μ and standard deviation, σ . The sample mean and standard deviation are denoted by $\bar{X}$ and s respectively. Which of the following can be regarded as a statistic?

(i) $\frac{\bar{X} - \mu}{2}$

(ii) $\text{Max} \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$

(iii) $\frac{s}{\bar{X}}$

(iv) $\text{Min} \{s, s\}$

(2+3)

(v) $\sum X_i^2$

(क) सरल यादृच्छिक नमूनाकरण और स्तरीकृत नमूनाकरण के बीच अंतर कीजिए।

(ख) मान लीजिए $X_1, X_2, \dots, X_n$ माध्य μ और मानक विचलन, σ के साथ भरे जाने से एक यादृच्छिक नमूना बनता है। नमूना माध्य और मानक विचलन क्रमशः $\bar{X}$ और s द्वारा निरूपित किए जाते हैं। निम्नलिखित में से किसे एक आँकड़ा माना जा सकता है?

(i) $\frac{\bar{X} - \mu}{2}$

(ii) $\text{Max} \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$

(iii) $\frac{s}{\bar{X}}$

(iv) $\text{Min} \{s, s\}$

(v) $\sum X_i^2$

2. Consider an experiment of tossing two dice. Let A be the event of an odd total, B be the event of getting 1 on the first die, and C be the event of a total of seven. Which pair of events are independent? (5)

दो पासे उछालने के एक प्रयोग पर विचार कीजिए। मान लीजिए कि A एक विषम कुल की घटना है, B पर पहली डाय पर 1 आता है, और C पर कुल सात आता है। घटनाओं के कौन-सा युग्म स्वतंत्र है?

SECTION II (खंड II)

Q3 is compulsory. Attempt any two questions from Q4, Q5 and Q6.

प्रश्न 3 अनिवार्य है। प्रश्न 4, प्रश्न 5 और प्रश्न 6 में से

किन्हीं दो प्रश्नों का उत्तर दीजिए।

3. Two socks are randomly selected and removed from a drawer containing 5 brown socks and 3 green socks. List the elements of the sample space, their corresponding probabilities, and the values of the random variable W, where W is the number of brown socks selected. Also, find the cumulative distribution function of W. (5)

दो मोजे यादृच्छिक रूप से दराज से चुने जाते हैं और 5 भूरे रंग के मोजे और 3 हरे मोजे हटा दिए जाते हैं। नमूना स्थान के तत्वों, उनकी संबंधित प्रायिकताओं और यादृच्छिक चर W के मूल्यों को सूचीबद्ध कीजिए, जहां W चयनित भूरे रंग के मोजे की संख्या है। साथ ही, W का संचयी वितरण फलन ज्ञात कीजिये।

4. (a) A mail-order computer business has 4 telephone lines. Let X denote the number of lines in use at a particular time. Consider below the CDF of X

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } x < 1 \\ \frac{1}{3} & \text{for } 1 \leq x < 2 \\ \frac{1}{2} & \text{for } 2 \leq x < 3 \\ \frac{5}{6} & \text{for } 3 \leq x < 4 \\ 1 & \text{for } x \geq 4 \end{cases}$$

Find

- (i) $P(2 < X \leq 4)$
- (ii) $P(X = 2)$
- (iii) Probability distribution of X

(b) Of all customers purchasing a calculator from a store, 75 percent purchase a scientific calculator. Let X = the number among the next 15 customers who select the scientific calculator.

(i) Compute $P(X > 10)$

(ii) Compute $P(6 \leq X \leq 10)$

(iii) If the store currently has 10 scientific calculators and 8 non-scientific calculators, what is the probability that the requests of these 15 customers can all be met from the existing stock? (5+5)

(क) एक मेल-ऑर्डर कंप्यूटर व्यवसाय में 4 टेलीफोन लाइनें होती हैं। मान लीजिए कि X किसी विशेष समय में उपयोग में आने वाले लाइनों की संख्या को दर्शाता है। नीचे दिए गए X के CDF पर विचार कीजिए

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } x < 1 \\ \frac{1}{3} & \text{for } 1 \leq x < 2 \\ \frac{1}{2} & \text{for } 2 \leq x < 3 \\ \frac{5}{6} & \text{for } 3 \leq x < 4 \\ 1 & \text{for } x \geq 4 \end{cases}$$

ज्ञात कीजिए

(i) $P(2 < X \leq 4)$

(ii) $P(X = 2)$

(iii) X का अनुमानित वितरण

(ख) एक स्टोर से कैलकुलेटर खरीदने वाले सभी ग्राहकों में से, 75 प्रतिशत एक वैज्ञानिक कैलकुलेटर खरीदते हैं। मान लीजिए कि X = अगले 15 ग्राहकों में से वैज्ञानिक कैलकुलेटर का चयन करने वालों की संख्या

(i) $P(X > 10)$ की गणना कीजिए

(ii) $P(6 \leq X \leq 10)$ की गणना कीजिए

(iii) यदि स्टोर में फिलहाल 10 वैज्ञानिक कैलकुलेटर और 8 गैर-वैज्ञानिक कैलकुलेटर हैं, तो इस बात की कितनी प्रायिकता है कि इन 15 ग्राहकों के अनुरोधों को मौजूदा स्टॉक से पूरा किया जा सकता है?

5. (a) In the manufacture of glassware, bubbles can occur in the glass which reduces the status of the glassware to that of a 'second'. If, on average, one in every 1000 items produced has a bubble, calculate the probability that exactly six items in a batch of three thousand are seconds.

(b) The probability density function of a random variable X is given by

$$f(x) = \begin{cases} 6x(1-x) & \text{for } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$$

Find

(i) The distribution function $F(x)$

(ii) $P(X < 1/4)$

(iii) $P(X > 1/2)$

(5+5)

(क) ग्लासवेयर के निर्माण में, ग्लास में बुलबुले आ सकते हैं जो ग्लासवेयर की स्थिति को 'सेकंड' तक कम कर देता है। यदि, औसतन, उत्पादित प्रत्येक 1000 आइटम में से एक में बुलबुला होता है, तो तीन हजार के बैच में ठीक छह आइटम सेकंड हैं इस प्रायिकता की गणना कीजिए।

(ख) किसी यादृच्छिक चर X का संभाव्यता घनत्व फलन क्या है

$$f(x) = \begin{cases} 6x(1-x) & \text{for } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$$

ज्ञात कीजिए

(i) वितरण फलन $F(x)$

(ii) $P(X < 1/4)$

(iii) $P(X > 1/2)$

6. (a) The average number of acres burned by forest and range fires in a large area is 4,300 acres per year, with a standard deviation of 750 acres. The distribution of the number of acres burned is normal. What is the probability that between 2,500 and 4,200 acres will be burned in any given year? What number of burnt acres corresponds to the 38th percentile?
- (b) Suppose that on a certain stretch of highway, cars pass at an average rate of five cars per minute. Assume that the duration of time between successive cars follows the exponential distribution.
- (i) On average, how many seconds elapse between two successive cars?
- (ii) Find the probability that after a car passes by, the next car will pass within the next 20 seconds. (5+5)

(क) किसी एक बड़े क्षेत्र में जंगल और रेंज की आग से जलाए गए क्षेत्र की एकड़ में औसत संख्या प्रति वर्ष 4,300 एकड़ है, जिसमें 750 एकड़ का मानक विचलन है। जले हुए क्षेत्र की एकड़ की संख्या का वितरण सामान्य है। किसी भी वर्ष में 2,500 से 4,200 एकड़ के बीच क्षेत्र के जलने की प्रायिकता कितनी है? जले हुए क्षेत्र की एकड़ की कितनी संख्या 38वें प्रतिशत से मेल खाती है?

(ख) मान लीजिए कि राजमार्ग के एक निश्चित खंड पर, कारें प्रति मिनट पांच कारों की औसत दर से गुजरती हैं। मान लीजिए कि क्रमिक कारों के बीच समय की अवधि घातीय विकास का अनुसरण करती है।

- (i) दो क्रमागत कारों के बीच औसतन कितने सेकंड का अंतराल है?
- (ii) इस बात की प्रायिकता ज्ञात कीजिये कि एक कार के गुजरने के बाद, अगली कार अगले 20 सेकंड के भीतर गुजर जाएगी।

SECTION III (खंड III)

Attempt any **two** questions from **Q7, Q8 and Q9**.

प्रश्न 7, प्रश्न 8 और प्रश्न 9 में से किन्हीं दो प्रश्नों का उत्तर दीजिए।

7. (a) Suppose $X_1, X_2, \dots, X_n$ is a random sample from the $\text{Exp}(\lambda)$ distribution. Consider the following estimators for $\theta = 1/\lambda$:

$$\widehat{\theta}_1 = \left(\frac{1}{n}\right) \sum_{i=1}^n X_i \text{ and } \widehat{\theta}_2 = \left(\frac{1}{(n+1)}\right) \sum_{i=1}^n X_i$$

- (i) Which estimator is unbiased?
- (ii) Which estimator has minimum variance
- (iii) From the information obtained in (i) and (ii) can you say that which estimator is better?
- (b) A study of 49 sudden infant death syndrome (SIDS) cases derives a mean birth weight of 2998 grams. From a listing of all birth weight, it is known that the standard deviation σ of birth weight in this population is 800 grams. Calculate a 95% confidence interval for the mean μ birth weight of SIDS cases in the population. Interpret your results. (5+5)
- (क) मान लीजिए कि $X_1, X_2, \dots, X_n$ Exp (λ) वितरण का एक यादृच्छिक नमूना है। $\theta = 1/\lambda$ के लिए निम्नलिखित अनुमानकों पर विचार कीजिए :
- (i) कौन-सा अनुमानक निष्पक्ष है?
- (ii) किस अनुमानक में न्यूनतम भिन्नता है
- (iii) (i) और (ii) में प्राप्त जानकारी से क्या आप कह सकते हैं कि कौन-सा अनुमानक बेहतर है?
- (ख) अचानक शिशु मृत्यु सिंड्रोम (SIDS) के 49 मामलों के एक अध्ययन में 2998 ग्राम का औसत जन्म वजन का आंकड़ा प्राप्त होता है। सभी जन्म के वजन की एक सूची से, यह ज्ञात है कि इस आबादी में जन्म के वजन का मानक विचलन 800 ग्राम है। जनसंख्या में SIDS मामलों के औसत μ जन्म वजन के लिए 95% आत्मविश्वास अंतराल की गणना कीजिए। अपने परिणामों की व्याख्या कीजिए।

8. (a) Derive the moment estimators of the parameters of normal distribution.
- (b) A survey of 2003 adults revealed that 25% adults believed in astrology.
- (i) Calculate and interpret a confidence interval at the 99% confidence level for the proportion of all adults who believe in astrology.
- (ii) What sample size would be required for the width of a 99% CI to be

at most .05 irrespective of the value of $\hat{p}$?

(5+5)

(क) सामान्य वितरण के मापदंडों के क्षण अनुमानक प्राप्त कीजिए।

(ख) 2003 वयस्कों के एक सर्वेक्षण से पता चला कि 25% वयस्क ज्योतिष में विश्वास करते हैं।

(i) ज्योतिष में विश्वास करने वाले सभी वयस्कों के अनुपात के लिए 99% आत्मविश्वास स्तर पर आत्मविश्वास अंतराल की गणना और व्याख्या कीजिए।

(ii) 99% CI की चौड़ाई अधिकतम .05 होने के लिए किस नमूना आकार की आवश्यकता होगी, भले ही इसका मान कुछ भी हो?

9. (a) Consider a random sample $X_1, \dots, X_n$ from the pdf

$$f(x; \theta) = 0.5(1 + \theta x) - 1 \leq x \leq 1$$

where $-1 \leq \theta \leq 1$. Show that $\hat{\theta} = 3\bar{X}$ is an unbiased estimator of θ .

(b) A vaccine manufacturer analyzes samples of a production batch of vaccine to check up on the concentration of its titers. Immunologic analyses are not perfect, so she repeats measurements on the same batch getting slightly different results each time. The public health scientist assumes that repeated measurements will vary according to a normal distribution with mean μ and $\sigma = 0.070$. Three ($n = 3$) measurements reveal the following titers: {17.40, 17.36, 17.45}. Calculate a 95% confidence interval for the true concentration μ . Which distribution you will use and why? (5+5)

(क) पीडीएफ में से यादृच्छिक नमूना $X_1, \dots, X_n$ पर विचार कीजिए

$$f(x; \theta) = 0.5(1 + \theta x) - 1 \leq x \leq 1$$

जहाँ $-1 \leq \theta \leq 1$. यह दर्शाएं कि $\hat{\theta} = 3\bar{X}$, θ का एक निष्पक्ष अनुमानक है।

(ख) एक वैक्सीन निर्माता अपने टिटर्स की सघनता की जांच करने के लिए वैक्सीन के उत्पादन बैच के नमूनों का विश्लेषण करता है। इम्यूनोलॉजिकल विश्लेषण सही नहीं हैं, इसलिए

वह हर बार थोड़ा अलग परिणाम प्राप्त करते हुए एक ही बैच पर माप दोहराती है। सार्वजनिक स्वास्थ्य वैज्ञानिक मानता है कि बार-बार माप औसत μ और $\sigma = 0.070$ के साथ सामान्य वितरण के अनुसार भिन्न होंगे। तीन ($n = 3$) माप निम्नलिखित टिटर्स को दर्शाते हैं : $\{17.40, 17.36, 17.45\}$ । वास्तविक सघनता μ के लिए 95% आत्मविश्वास अंतराल की गणना कीजिए। आप किस वितरण का उपयोग करेंगे और क्यों?

SECTION IV (खंड IV)

Attempt any two questions from Q10, Q11 and Q12.

प्रश्न 10, प्रश्न 11 और प्रश्न 12 में से किन्हीं दो प्रश्नों का उत्तर दीजिए।

10. A machine fills milk bottles, the mean amount of milk in each bottle is supposed to be 32 Ounce with a standard deviation of 0.06 Ounce. Suppose the mean amount of milk is approximately normally distributed. To check if the machine is operating properly, 36 filled bottles will be chosen at random and the mean amount will be determined.

- (i) What should be an appropriate test hypothesis in this case?
- (ii) Based on your answer in part (i), if an $\alpha = .05$ test is used to decide whether the machine is working properly, what should the rejection criterion be?
- (iii) Find the probability of a type II error when the true mean is 32.03.
- (iv) Find the power of the test if the true mean is 32.03.

(10)

एक मशीन दूध की बोतलों को भरती है, प्रत्येक बोतल में दूध की औसत मात्रा 0.06 औंस के मानक विचलन के साथ 32 औंस मानी जाती है। मान लीजिए कि दूध की औसत मात्रा लगभग सामान्य रूप से वितरित की जाती है। यह जांचने के लिए कि मशीन ठीक से काम कर रही है या नहीं, भरी हुई 36 बोतलों को यादृच्छिक रूप से चुना जाएगा और औसत मात्रा निर्धारित की जाएगी।

- (i) इस मामले में एक उपयुक्त परीक्षण परिकल्पना क्या होनी चाहिए?
- (ii) भाग (i) में आपके उत्तर के आधार पर, यदि $\alpha = .05$ परीक्षण का उपयोग यह तय करने के लिए किया जाता है कि मशीन ठीक से काम कर रही है या नहीं, तो अस्वीकृति मानदंड क्या होना चाहिए?

(iii) जब सही माध्य 32.03 है, तो प्रकार II त्रुटि की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

(iv) यदि सही माध्य 32.03 है, तो परीक्षण की शक्ति ज्ञात कीजिये।

11. (a) A random sample of 150 recent donations at a certain blood bank reveals that 82 were type A blood. Does this suggest that the actual percentage of type A donations differs from 40%, the percentage of the population having type A blood? Carry out a test of the appropriate hypotheses using a significance level of .01. Would your conclusion have been different if a significance level of .05 had been used?

(b) An article reports on the tensile properties of wire used in manufacturing of a coil. Suppose a sample of 16 wires is selected and each is tested to determine tensile strength (N/mm²). The resulting sample mean and standard deviation are 2160 and 30, respectively.

(i) The mean tensile strength for wire is said to be 2150 N/mm². What hypotheses should be tested to determine whether the mean tensile strength of wire exceeds 2150?

(ii) Assuming that the tensile strength distribution is approximately normal, what test statistic would you use to test the hypotheses in part (i)? What is the value of the test statistic for this data?

(iii) What would be your conclusion using the P-value of the test statistic?

(5+5)

(क) किसी एक रक्त बैंक में हाल ही में किए गए 150 दान के यादृच्छिक नमूने से पता चलता है कि 82 टाइप A रक्त थे। क्या इससे पता चलता है कि टाइप A दान का वास्तविक प्रतिशत 40% से कम है, टाइप A रक्त वाली आबादी का प्रतिशत क्या है? .01 के महत्व स्तर के साथ उपयुक्त परिकल्पनाओं का परीक्षण कीजिए। यदि .05 के महत्व स्तर का उपयोग किया गया होता तो क्या आपका निष्कर्ष अलग होता?

(ख) कोई वस्तु किसी कॉइल के निर्माण में उपयोग किए जाने वाले तार के तन्यता गुणों पर रिपोर्ट करती है। मान लीजिए कि 16 तारों का एक नमूना चुना जाता है और प्रत्येक को तन्यता बल (N/mm²) निर्धारित करने के लिए परीक्षण किया जाता है। परिणामी नमूना माध्य और मानक विचलन क्रमशः 2160 और 30 हैं।

(i) तार का माध्य तन्यता बल 2150 N/mm^2 माना जाता है। तार का माध्य तन्यता बल 2150 से अधिक है या नहीं, यह निर्धारित करने के लिए किन परिकल्पनाओं का परीक्षण किया जाना चाहिए?

(ii) यह मानते हुए कि तन्यता बल वितरण लगभग सामान्य है, भाग (i) में परिकल्पनाओं का परीक्षण करने के लिए आप किस परीक्षण सांख्यिकी का उपयोग करेंगे? इस डेटा के लिए परीक्षण आँकड़े का मान क्या है?

(iii) परीक्षण सांख्यिकी के P-मान का उपयोग करके आपका निष्कर्ष क्या होगा?

12. (a) A report suggested that for a sample of 10 bedsheets, the sample mean thread count was 51.3 and the sample standard deviation was 1.2. Suppose the true average thread count in bedsheets is known to be 48. Does the data provide compelling evidence for concluding that true average thread count for the bedsheets exceeds this value?

(b) A rice cooker manufacturer advertises that with its heating equipment, rice can be cooked in at most 15 min. A random sample of 42 cookers is selected, and the time necessary to cook rice is determined for each cooker. The sample average time and sample standard deviation are 16.5 min and 2.2 min, respectively. Does this data cast doubt on the company's claim? Compute the P-value and use it to reach a conclusion at level .05.

(5+5)

(क) एक रिपोर्ट में बताया गया कि 10 बेडशीट के नमूने के लिए, नमूना माध्य थ्रेड काउंट 51.3 और नमूना मानक विचलन 1.2 था। मान लीजिए कि बेडशीट में सही औसत धागे की गिनती 48 है। क्या डेटा यह निष्कर्ष निकालने के लिए बाध्यकारी साक्ष्य प्रदान करता है कि बेडशीट के लिए सही औसत थ्रेड गिनती इस मूल्य से अधिक है?

(ख) एक राइस कुकर निर्माता विज्ञापन देता है कि इसके हीटिंग उपकरण के साथ, चावल को अधिकतम 15 मिनट में पकाया जा सकता है। 42 कुकर का एक यादृच्छिक नमूना चुना जाता है, और प्रत्येक कुकर के लिए चावल पकाने के लिए आवश्यक समय निर्धारित किया जाता है। नमूना औसत समय और नमूना मानक विचलन क्रमशः 16.5 मिनट और 2.2 मिनट हैं। क्या यह डेटा कंपनी के दावे पर संदेह पैदा करता है? P-मान की गणना कीजिए और स्तर .05 पर निष्कर्ष पर पहुंचने के लिए इसका उपयोग कीजिए।

A-2 Appendix Tables

Table A.1 Cumulative Binomial Probabilities

$$B(x; n, p) = \sum_{y=0}^x b(y; n, p)$$

a. $n = 5$

	p														
	0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
0	.951	.774	.590	.328	.237	.168	.078	.031	.010	.002	.001	.000	.000	.000	.000
1	.999	.977	.919	.737	.633	.528	.337	.188	.087	.031	.016	.007	.000	.000	.000
2	1.000	.999	.991	.942	.896	.837	.683	.500	.317	.163	.104	.058	.009	.001	.000
3	1.000	1.000	1.000	.993	.984	.969	.913	.812	.663	.472	.367	.263	.081	.023	.001
4	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.998	.990	.969	.922	.832	.763	.672	.410	.226	.049

b. $n = 10$

	p														
	0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
0	.904	.599	.349	.107	.056	.028	.006	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
1	.996	.914	.736	.376	.244	.149	.046	.011	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000
2	1.000	.988	.930	.678	.526	.383	.167	.055	.012	.002	.000	.000	.000	.000	.000
3	1.000	.999	.987	.879	.776	.650	.382	.172	.055	.011	.004	.001	.000	.000	.000
4	1.000	1.000	.998	.967	.922	.850	.633	.377	.166	.047	.020	.006	.000	.000	.000
5	1.000	1.000	1.000	.994	.980	.953	.834	.623	.367	.150	.078	.033	.002	.000	.000
6	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.989	.945	.828	.618	.350	.224	.121	.013	.001	.000
7	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.988	.945	.833	.617	.474	.322	.070	.012	.000
8	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.989	.954	.851	.756	.624	.264	.086	.004
9	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.994	.972	.944	.893	.651	.401	.096

c. $n = 15$

	p														
	0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
0	.860	.463	.206	.035	.013	.005	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
1	.990	.829	.549	.167	.080	.035	.005	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
2	1.000	.964	.816	.398	.236	.127	.027	.004	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
3	1.000	.995	.944	.648	.461	.297	.091	.018	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000
4	1.000	.999	.987	.836	.686	.515	.217	.059	.009	.001	.000	.000	.000	.000	.000
5	1.000	1.000	.998	.939	.852	.722	.403	.151	.034	.004	.001	.000	.000	.000	.000
6	1.000	1.000	1.000	.982	.943	.869	.610	.304	.095	.015	.004	.001	.000	.000	.000
7	1.000	1.000	1.000	.996	.983	.950	.787	.500	.213	.050	.017	.004	.000	.000	.000
8	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.985	.905	.696	.390	.131	.057	.018	.000	.000	.000
9	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.966	.849	.597	.278	.148	.061	.002	.000	.000
10	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.991	.941	.783	.485	.314	.164	.013	.001	.000
11	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.982	.909	.703	.539	.352	.056	.005	.000
12	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.996	.973	.873	.764	.602	.184	.036	.000
13	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.995	.965	.920	.833	.451	.171	.010
14	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.995	.987	.965	.794	.537	.140

(continued)

Table A.1 Cumulative Binomial Probabilities (cont.)

$$B(x; n, p) = \sum_{y=0}^x h(y; n, p)$$

d. $n = 20$

	p														
	0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
0	.818	.358	.122	.012	.003	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
1	.983	.736	.392	.069	.024	.008	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
2	.999	.925	.677	.206	.091	.035	.004	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
3	1.000	.984	.867	.411	.225	.107	.016	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
4	1.000	.997	.957	.630	.415	.238	.051	.006	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
5	1.000	1.000	.989	.804	.617	.416	.126	.021	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000
6	1.000	1.000	.998	.913	.786	.608	.250	.058	.006	.000	.000	.000	.000	.000	.000
7	1.000	1.000	1.000	.968	.898	.772	.416	.132	.021	.001	.000	.000	.000	.000	.000
8	1.000	1.000	1.000	.990	.959	.887	.596	.252	.057	.005	.001	.000	.000	.000	.000
9	1.000	1.000	1.000	.997	.986	.952	.755	.412	.128	.017	.004	.001	.000	.000	.000
10	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.983	.872	.588	.245	.048	.014	.003	.000	.000	.000
11	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.995	.943	.748	.404	.113	.041	.010	.000	.000	.000
12	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.979	.868	.584	.228	.102	.032	.000	.000	.000
13	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.994	.942	.750	.392	.214	.087	.002	.000	.000
14	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.979	.874	.584	.383	.196	.011	.000	.000
15	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.994	.949	.762	.585	.370	.043	.003	.000
16	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.984	.893	.775	.589	.133	.016	.000
17	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.996	.965	.909	.794	.323	.075	.001
18	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.992	.976	.931	.608	.264	.017
19	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.997	.988	.878	.642	.182

(continued)

A-4 Appendix Tables

Table A.1 Cumulative Binomial Probabilities (cont.)

$$B(x; n, p) = \sum_{y=0}^x b(y; n, p)$$

c. $n = 25$

	p														
	0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
0	.778	.277	.072	.004	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
1	.974	.642	.271	.027	.007	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
2	.998	.873	.537	.098	.032	.009	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
3	1.000	.966	.764	.234	.096	.033	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
4	1.000	.993	.902	.421	.214	.090	.009	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
5	1.000	.999	.967	.617	.378	.193	.029	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
6	1.000	1.000	.991	.780	.561	.341	.074	.007	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
7	1.000	1.000	.998	.891	.727	.512	.154	.022	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000
8	1.000	1.000	1.000	.953	.851	.677	.274	.054	.004	.000	.000	.000	.000	.000	.000
9	1.000	1.000	1.000	.983	.929	.811	.425	.115	.013	.000	.000	.000	.000	.000	.000
10	1.000	1.000	1.000	.994	.970	.902	.586	.212	.034	.002	.000	.000	.000	.000	.000
11	1.000	1.000	1.000	.998	.980	.956	.732	.345	.078	.006	.001	.000	.000	.000	.000
12	1.000	1.000	1.000	1.000	.997	.983	.846	.500	.154	.017	.003	.000	.000	.000	.000
13	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.994	.922	.655	.268	.044	.020	.002	.000	.000	.000
14	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.966	.788	.414	.098	.030	.006	.000	.000	.000
15	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.987	.885	.575	.189	.071	.017	.000	.000	.000
16	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.996	.946	.726	.323	.149	.047	.000	.000	.000
17	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.978	.846	.488	.273	.109	.002	.000	.000
18	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.993	.926	.659	.439	.220	.009	.000	.000
19	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.971	.807	.622	.383	.033	.001	.000
20	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.991	.910	.786	.579	.098	.007	.000
21	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.967	.904	.766	.236	.034	.000
22	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.991	.968	.902	.463	.127	.002
23	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.993	.973	.729	.358	.026
24	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.928	.723	.222

Table A.2 Cumulative Poisson Probabilities

$$F(x; \mu) = \sum_{y=0}^x \frac{e^{-\mu} \mu^y}{y!}$$

	μ									
	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0
0	.905	.819	.741	.670	.607	.549	.497	.449	.407	.368
1	.995	.982	.963	.938	.910	.878	.844	.809	.772	.736
2	1.000	.999	.996	.992	.986	.977	.966	.953	.937	.920
3		1.000	1.000	.999	.998	.997	.994	.991	.987	.981
4				1.000	1.000	1.000	.999	.999	.998	.996
5							1.000	1.000	1.000	.999
6										1.000

(continued)

A-5 Appendix Tables

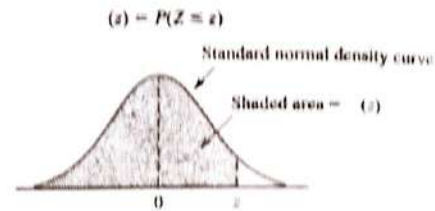
Table A.2 Cumulative Poisson Probabilities (cont.)

$$F(x; \mu) = \sum_{y=0}^x \frac{e^{-\mu} \mu^y}{y!}$$

μ	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0	15.0	20.0
0	.135	.050	.018	.007	.002	.001	.000	.000	.000	.000	.000
1	.406	.199	.092	.040	.017	.007	.003	.001	.000	.000	.000
2	.677	.423	.238	.125	.062	.030	.014	.006	.003	.000	.000
3	.857	.647	.433	.265	.151	.082	.042	.021	.010	.000	.000
4	.947	.815	.629	.440	.285	.173	.100	.055	.029	.001	.000
5	.983	.916	.785	.616	.446	.301	.191	.116	.067	.003	.000
6	.995	.966	.889	.762	.606	.450	.313	.207	.130	.008	.000
7	.999	.999	.949	.867	.744	.599	.453	.324	.220	.018	.001
8	1.000	.996	.979	.932	.847	.729	.593	.456	.333	.037	.002
9		.999	.992	.968	.916	.830	.717	.587	.458	.070	.005
10		1.000	.997	.986	.957	.901	.816	.706	.583	.118	.011
11			.999	.995	.980	.947	.888	.803	.697	.185	.021
12				1.000	.998	.991	.973	.936	.876	.792	.268
13					.999	.994	.987	.966	.926	.864	.363
14						.998	.992	.978	.951	.917	.466
15							.999	.995	.989	.973	.568
16								.998	.992	.978	.592
17									.999	.993	.819
18										.998	.995
19											.999
20											
21											
22											
23											
24											
25											
26											
27											
28											
29											
30											
31											
32											
33											
34											
35											
36											

A-6 Appendix Tables

Table A.3 Standard Normal Curve Areas



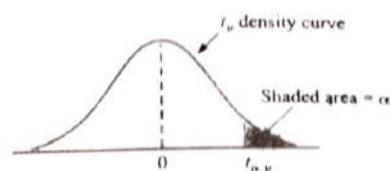
z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
-3.4	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0002
-3.3	.0005	.0005	.0005	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0003
-3.2	.0007	.0007	.0006	.0006	.0006	.0006	.0006	.0005	.0005	.0005
-3.1	.0010	.0009	.0009	.0009	.0008	.0008	.0008	.0008	.0007	.0007
-3.0	.0013	.0013	.0013	.0012	.0012	.0011	.0011	.0011	.0010	.0010
-2.9	.0019	.0018	.0017	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
-2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
-2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
-2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
-2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0048
-2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
-2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
-2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
-2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
-2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
-1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
-1.8	.0359	.0352	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
-1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
-1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
-1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
-1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0722	.0708	.0694	.0681
-1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
-1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
-1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
-1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
-0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
-0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
-0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2296	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
-0.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
-0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
-0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
-0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3482
-0.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
-0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
-0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641

(continued)

Table A.3 Standard Normal Curve Areas (cont.)

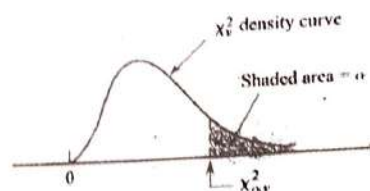
$$\Phi(z) = P(Z \leq z)$$

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9278	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

Table A.5 Critical Values for t Distributions

v	α						
	.10	.05	.025	.01	.005	.001	.0005
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	318.31	636.62
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.326	31.598
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.213	12.924
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	4.140
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686	4.015
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.965
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610	3.922
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527	3.819
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505	3.792
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485	3.767
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467	3.745
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450	3.725
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435	3.707
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421	3.690
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408	3.674
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396	3.659
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385	3.646
32	1.309	1.694	2.037	2.449	2.738	3.365	3.622
34	1.307	1.691	2.032	2.441	2.728	3.348	3.601
36	1.306	1.688	2.028	2.434	2.719	3.333	3.582
38	1.304	1.686	2.024	2.429	2.712	3.319	3.566
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307	3.551
50	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678	3.262	3.496
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232	3.460
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.160	3.373
	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.291

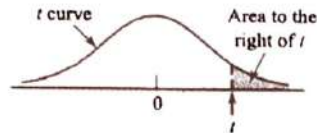
Table A.7 Critical Values for Chi-Squared Distributions



ν	α									
	.995	.99	.975	.95	.90	.80	.70	.60	.50	.40
1	0.000	0.000	0.001	0.004	0.016	2.706	3.843	5.025	6.637	7.879
2	0.010	0.020	0.051	0.103	0.211	4.605	5.992	7.378	9.210	10.597
3	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	6.251	7.815	9.348	11.344	12.837
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	7.779	9.488	11.143	13.277	14.860
5	0.412	0.554	0.831	1.145	1.610	9.236	11.070	12.832	15.085	16.748
6	0.676	0.872	1.237	1.635	2.204	10.645	12.592	14.440	16.812	18.548
7	0.989	1.239	1.690	2.167	2.833	12.017	14.067	16.012	18.474	20.276
8	1.344	1.646	2.180	2.733	3.490	13.362	15.507	17.534	20.090	21.954
9	1.735	2.088	2.700	3.325	4.168	14.684	16.919	19.022	21.665	23.587
10	2.156	2.558	3.247	3.940	4.865	15.987	18.307	20.483	23.209	25.188
11	2.603	3.053	3.816	4.575	5.578	17.275	19.675	21.920	24.724	26.755
12	3.074	3.571	4.404	5.226	6.304	18.549	21.026	23.337	26.217	28.300
13	3.565	4.107	5.009	5.892	7.041	19.812	22.362	24.735	27.687	29.817
14	4.075	4.660	5.629	6.571	7.790	21.064	23.685	26.119	29.141	31.319
15	4.600	5.229	6.262	7.261	8.547	22.307	24.996	27.488	30.577	32.799
16	5.142	5.812	6.908	7.962	9.312	23.542	26.296	28.845	32.000	34.267
17	5.697	6.407	7.564	8.682	10.085	24.769	27.587	30.190	33.408	35.716
18	6.265	7.015	8.231	9.390	10.865	25.989	28.869	31.526	34.805	37.156
19	6.843	7.632	8.906	10.117	11.651	27.203	30.143	32.852	36.190	38.580
20	7.434	8.260	9.591	10.851	12.443	28.412	31.410	34.170	37.566	39.997
21	8.033	8.897	10.283	11.591	13.240	29.615	32.670	35.478	38.930	41.399
22	8.643	9.542	10.982	12.338	14.042	30.813	33.924	36.781	40.289	42.796
23	9.260	10.195	11.688	13.090	14.848	32.007	35.172	38.075	41.637	44.179
24	9.886	10.856	12.401	13.848	15.659	33.196	36.415	39.364	42.980	45.558
25	10.519	11.523	13.120	14.611	16.473	34.381	37.652	40.646	44.313	46.925
26	11.160	12.198	13.844	15.379	17.292	35.563	38.885	41.923	45.642	48.290
27	11.807	12.878	14.573	16.151	18.114	36.741	40.113	43.194	46.962	49.642
28	12.461	13.565	15.308	16.928	18.939	37.916	41.337	44.461	48.278	50.993
29	13.120	14.256	16.147	17.708	19.768	39.087	42.557	45.772	49.586	52.333
30	13.787	14.954	16.791	18.493	20.599	40.256	43.773	46.979	50.892	53.672
31	14.457	15.655	17.538	19.280	21.433	41.422	44.985	48.231	52.190	55.000
32	15.134	16.362	18.291	20.072	22.271	42.585	46.194	49.480	53.486	56.328
33	15.814	17.073	19.046	20.866	23.110	43.745	47.400	50.724	54.774	57.646
34	16.501	17.789	19.806	21.664	23.952	44.903	48.602	51.966	56.061	58.964
35	17.191	18.508	20.569	22.465	24.796	46.059	49.802	53.203	57.340	60.272
36	17.887	19.233	21.336	23.269	25.643	47.212	50.998	54.437	58.619	61.581
37	18.584	19.960	22.105	24.075	26.492	48.363	52.192	55.667	59.891	62.880
38	19.289	20.691	22.878	24.884	27.343	49.513	53.384	56.896	61.162	64.181
39	19.994	21.425	23.654	25.695	28.196	50.660	54.572	58.119	62.426	65.473
40	20.706	22.164	24.433	26.509	29.050	51.805	55.758	59.342	63.691	66.766

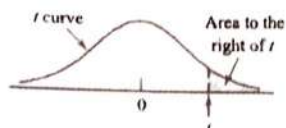
For $\nu > 40$, $\chi^2_{\alpha, \nu} \approx \nu \left(1 - \frac{2}{9\nu} + z_{\alpha} \sqrt{\frac{2}{9\nu}} \right)^3$

A-12 Appendix Tables

Table A.8 t Curve Tail Areas

t	ν	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
0.0		.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500
0.1		.468	.465	.463	.463	.462	.462	.462	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461
0.2		.437	.430	.427	.426	.425	.424	.424	.423	.423	.423	.423	.422	.422	.422	.422	.422	.422	.422
0.3		.407	.396	.392	.390	.388	.387	.386	.386	.386	.385	.385	.385	.384	.384	.384	.384	.384	.384
0.4		.379	.364	.358	.355	.353	.352	.351	.350	.349	.349	.348	.348	.348	.347	.347	.347	.347	.347
0.5		.352	.333	.326	.322	.319	.317	.316	.315	.315	.314	.313	.313	.313	.312	.312	.312	.312	.312
0.6		.328	.305	.295	.290	.287	.285	.284	.283	.282	.281	.280	.280	.279	.279	.279	.278	.278	.278
0.7		.306	.278	.267	.261	.258	.255	.253	.252	.251	.250	.249	.249	.248	.247	.247	.247	.247	.246
0.8		.285	.254	.241	.234	.230	.227	.225	.223	.222	.221	.220	.220	.219	.218	.218	.218	.217	.217
0.9		.267	.232	.217	.210	.205	.201	.199	.197	.196	.195	.194	.193	.192	.191	.191	.191	.190	.190
1.0		.250	.211	.196	.187	.182	.178	.175	.173	.172	.170	.169	.169	.168	.167	.167	.166	.166	.165
1.1		.235	.193	.176	.167	.162	.157	.154	.152	.150	.149	.147	.146	.146	.144	.144	.144	.143	.143
1.2		.221	.177	.158	.148	.142	.138	.135	.132	.130	.129	.128	.127	.126	.124	.124	.124	.123	.123
1.3		.209	.162	.142	.132	.125	.121	.117	.115	.113	.111	.110	.109	.108	.107	.107	.106	.105	.105
1.4		.197	.148	.128	.117	.110	.106	.102	.100	.098	.096	.095	.093	.092	.091	.091	.090	.090	.089
1.5		.187	.136	.115	.104	.097	.092	.089	.086	.084	.082	.081	.080	.079	.077	.077	.077	.076	.075
1.6		.178	.125	.104	.092	.085	.080	.077	.074	.072	.070	.069	.068	.067	.065	.065	.065	.064	.064
1.7		.169	.116	.094	.082	.075	.070	.065	.064	.062	.060	.059	.057	.056	.055	.055	.054	.054	.053
1.8		.161	.107	.085	.073	.066	.061	.057	.055	.053	.051	.050	.049	.048	.046	.046	.045	.045	.044
1.9		.154	.099	.077	.065	.058	.053	.050	.047	.045	.043	.042	.041	.040	.038	.038	.038	.037	.037
2.0		.148	.092	.070	.058	.051	.046	.043	.040	.038	.037	.035	.034	.033	.032	.032	.031	.031	.030
2.1		.141	.085	.063	.052	.045	.040	.037	.034	.033	.031	.030	.029	.028	.027	.027	.026	.025	.025
2.2		.136	.079	.058	.046	.040	.035	.032	.029	.028	.026	.025	.024	.023	.022	.022	.021	.021	.021
2.3		.131	.074	.052	.041	.035	.031	.027	.025	.023	.022	.021	.020	.019	.018	.018	.018	.017	.017
2.4		.126	.069	.048	.037	.031	.027	.024	.022	.020	.019	.018	.017	.016	.015	.015	.014	.014	.014
2.5		.121	.065	.044	.033	.027	.023	.020	.018	.017	.016	.015	.014	.013	.012	.012	.012	.011	.011
2.6		.117	.061	.040	.030	.024	.020	.018	.016	.014	.013	.012	.012	.011	.010	.010	.010	.009	.009
2.7		.113	.057	.037	.027	.021	.018	.015	.014	.012	.011	.010	.010	.009	.008	.008	.008	.008	.007
2.8		.109	.054	.034	.024	.019	.016	.013	.012	.010	.009	.009	.008	.008	.007	.007	.006	.006	.006
2.9		.106	.051	.031	.022	.017	.014	.011	.010	.009	.008	.007	.007	.006	.005	.005	.005	.005	.005
3.0		.102	.048	.029	.020	.015	.012	.010	.009	.007	.007	.006	.006	.005	.004	.004	.004	.004	.004
3.1		.099	.045	.027	.018	.013	.011	.009	.007	.006	.006	.005	.005	.004	.004	.004	.003	.003	.003
3.2		.096	.043	.025	.016	.012	.009	.008	.006	.005	.005	.004	.004	.003	.003	.003	.003	.003	.002
3.3		.094	.040	.023	.015	.011	.008	.007	.005	.005	.004	.004	.003	.003	.002	.002	.002	.002	.002
3.4		.091	.038	.021	.014	.010	.007	.006	.005	.004	.003	.003	.003	.002	.002	.002	.002	.002	.002
3.5		.089	.036	.020	.012	.009	.006	.005	.004	.003	.003	.002	.002	.002	.002	.002	.001	.001	.001
3.6		.086	.035	.018	.011	.008	.006	.004	.004	.003	.002	.002	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001
3.7		.084	.033	.017	.010	.007	.005	.004	.003	.002	.002	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001	.001
3.8		.082	.031	.016	.010	.006	.004	.003	.003	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001
3.9		.080	.030	.015	.009	.006	.004	.003	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001
4.0		.078	.029	.014	.008	.005	.004	.003	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.000	.000

(continued)

Table A.8 *t* Curve Tail Areas (cont.)

<i>t</i>	<i>ν</i>	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	35	40	60	120	$∞ (= z)$
0.0		.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500
0.1		.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.460	.460	.460	.460	.460
0.2		.422	.422	.422	.422	.422	.422	.422	.421	.421	.421	.421	.421	.421	.421	.421	.421	.421
0.3		.384	.384	.384	.383	.383	.383	.383	.383	.383	.383	.383	.383	.383	.383	.383	.382	.382
0.4		.347	.347	.347	.347	.346	.346	.346	.346	.346	.346	.346	.346	.346	.346	.345	.345	.345
0.5		.311	.311	.311	.311	.311	.311	.311	.311	.310	.310	.310	.310	.310	.310	.309	.309	.309
0.6		.278	.278	.278	.277	.277	.277	.277	.277	.277	.277	.277	.277	.276	.276	.275	.275	.274
0.7		.246	.246	.246	.246	.245	.245	.245	.245	.245	.245	.245	.245	.244	.244	.243	.243	.242
0.8		.217	.217	.216	.216	.216	.216	.215	.215	.215	.215	.215	.215	.215	.214	.213	.213	.212
0.9		.190	.189	.189	.189	.189	.189	.188	.188	.188	.188	.188	.188	.187	.187	.186	.185	.184
1.0		.165	.165	.164	.164	.164	.164	.163	.163	.163	.163	.163	.163	.162	.162	.161	.160	.159
1.1		.143	.142	.142	.142	.141	.141	.141	.141	.140	.140	.140	.140	.139	.139	.138	.137	.136
1.2		.122	.122	.122	.121	.121	.121	.121	.120	.120	.120	.120	.120	.119	.119	.117	.116	.115
1.3		.105	.104	.104	.104	.103	.103	.103	.103	.102	.102	.102	.102	.101	.101	.099	.098	.097
1.4		.089	.089	.088	.088	.087	.087	.087	.087	.086	.086	.086	.086	.085	.085	.083	.082	.081
1.5		.075	.075	.074	.074	.074	.073	.073	.073	.073	.072	.072	.072	.071	.071	.069	.068	.067
1.6		.063	.063	.062	.062	.062	.061	.061	.061	.060	.060	.060	.060	.059	.059	.057	.056	.055
1.7		.053	.052	.052	.052	.051	.051	.051	.051	.050	.050	.050	.050	.049	.048	.047	.046	.045
1.8		.044	.043	.043	.043	.042	.042	.042	.042	.042	.041	.041	.041	.040	.040	.038	.037	.036
1.9		.036	.036	.036	.035	.035	.035	.035	.034	.034	.034	.034	.034	.033	.032	.031	.030	.029
2.0		.030	.030	.029	.029	.029	.028	.028	.028	.028	.027	.027	.027	.027	.026	.025	.024	.023
2.1		.025	.024	.024	.024	.023	.023	.023	.023	.022	.022	.022	.022	.022	.021	.020	.019	.018
2.2		.020	.020	.020	.019	.019	.019	.019	.018	.018	.018	.018	.018	.017	.017	.016	.015	.014
2.3		.016	.016	.016	.016	.015	.015	.015	.015	.015	.015	.014	.014	.014	.013	.012	.012	.011
2.4		.013	.013	.013	.013	.012	.012	.012	.012	.012	.012	.012	.011	.011	.011	.010	.009	.008
2.5		.011	.011	.010	.010	.010	.010	.010	.010	.009	.009	.009	.009	.009	.008	.008	.007	.006
2.6		.009	.009	.008	.008	.008	.008	.008	.008	.007	.007	.007	.007	.007	.007	.006	.005	.005
2.7		.007	.007	.007	.007	.006	.006	.006	.006	.006	.006	.006	.006	.005	.005	.004	.004	.003
2.8		.006	.006	.005	.005	.005	.005	.005	.005	.005	.005	.005	.004	.004	.004	.003	.003	.002
2.9		.005	.004	.004	.004	.004	.004	.004	.004	.004	.004	.004	.003	.003	.003	.002	.002	.001
3.0		.004	.004	.003	.003	.003	.003	.003	.003	.003	.003	.003	.003	.003	.002	.002	.001	.001
3.1		.003	.003	.003	.003	.003	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.001	.001	.001	.001
3.2		.002	.002	.002	.002	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.000
3.3		.002	.002	.002	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.000
3.4		.002	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.000	.000	.000
3.5		.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.000	.000	.000	.000
3.6		.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
3.7		.001	.001	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
3.8		.001	.001	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
3.9		.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
4.0		.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000

A-14 Appendix Tables

Table A.9 Critical Values for F Distributions

		$\nu_1 = \text{numerator df}$								
α		1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	.100	39.86	49.50	53.59	55.83	57.24	58.20	58.91	59.44	59.86
	.050	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	233.99	236.77	238.88	240.54
	.010	4052.20	4999.50	5403.40	5624.60	5763.60	5859.00	5928.40	5981.10	6022.50
	.001	405,284	500,000	540,379	562,500	576,405	585,937	592,873	598,144	602,284
2	.100	8.53	9.00	9.16	9.24	9.29	9.33	9.35	9.37	9.38
	.050	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38
	.010	98.50	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.37	99.39
	.001	998.50	999.00	999.17	999.25	999.30	999.33	999.36	999.37	999.39
3	.100	5.54	5.46	5.39	5.34	5.31	5.28	5.27	5.25	5.24
	.050	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81
	.010	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.35
	.001	167.03	148.50	141.11	137.10	134.58	132.85	131.58	130.62	129.86
4	.100	4.54	4.32	4.19	4.11	4.05	4.01	3.98	3.95	3.94
	.050	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00
	.010	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66
	.001	74.14	61.25	56.18	53.44	51.71	50.53	49.66	49.00	48.47
5	.100	4.06	3.78	3.62	3.52	3.45	3.40	3.37	3.34	3.32
	.050	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77
	.010	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16
	.001	47.18	37.12	33.20	31.09	29.75	28.83	28.16	27.65	27.24
6	.100	3.78	3.46	3.29	3.18	3.11	3.05	3.01	2.98	2.96
	.050	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10
	.010	13.75	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98
	.001	35.51	27.00	23.70	21.92	20.80	20.03	19.46	19.03	18.69
7	.100	3.59	3.26	3.07	2.96	2.88	2.83	2.78	2.75	2.72
	.050	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68
	.010	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72
	.001	29.25	21.69	18.77	17.20	16.21	15.52	15.02	14.63	14.33
8	.100	3.46	3.11	2.92	2.81	2.73	2.67	2.62	2.59	2.56
	.050	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39
	.010	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91
	.001	25.41	18.49	15.83	14.39	13.48	12.86	12.40	12.05	11.77
9	.100	3.36	3.01	2.81	2.69	2.61	2.55	2.51	2.47	2.44
	.050	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18
	.010	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35
	.001	22.86	16.39	13.90	12.56	11.71	11.13	10.70	10.37	10.11
10	.100	3.29	2.92	2.73	2.61	2.52	2.46	2.41	2.38	2.35
	.050	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02
	.010	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94
	.001	21.04	14.91	12.55	11.28	10.48	9.93	9.52	9.20	8.96
11	.100	3.23	2.86	2.66	2.54	2.45	2.39	2.34	2.30	2.27
	.050	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90
	.010	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63
	.001	19.69	13.81	11.56	10.35	9.58	9.05	8.66	8.35	8.12
12	.100	3.18	2.81	2.61	2.48	2.39	2.33	2.28	2.24	2.21
	.050	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80
	.010	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39
	.001	18.64	12.97	10.80	9.63	8.89	8.38	8.00	7.71	7.48

(continued)

Table A.9 Critical Values for F Distributions (cont.)

ν_1 = numerator df										
10	12	15	20	25	30	40	50	60	120	1000
60.19	60.71	61.22	61.74	62.05	62.26	62.53	62.69	62.79	63.06	63.30
241.88	243.91	245.95	248.01	249.26	250.10	251.14	251.77	252.20	253.25	254.19
6055.80	6106.30	6157.30	6208.70	6239.80	6260.60	6286.80	6302.50	6313.00	6339.40	6362.70
605,621	610,668	615,764	620,908	624,017	626,099	628,712	630,285	631,337	633,972	636,301
9.39	9.41	9.42	9.44	9.45	9.46	9.47	9.47	9.47	9.48	9.49
19.40	19.41	19.43	19.45	19.46	19.46	19.47	19.48	19.48	19.49	19.49
99.40	99.42	99.43	99.45	99.46	99.47	99.47	99.48	99.48	99.49	99.50
999.40	999.42	999.43	999.45	999.46	999.47	999.47	999.48	999.48	999.49	999.50
5.23	5.22	5.20	5.18	5.17	5.17	5.16	5.15	5.15	5.14	5.13
8.79	8.74	8.70	8.66	8.63	8.62	8.59	8.58	8.57	8.55	8.53
27.23	27.05	26.87	26.69	26.58	26.50	26.41	26.35	26.32	26.22	26.14
129.25	128.32	127.37	126.42	125.84	125.45	124.96	124.66	124.47	123.97	123.53
3.92	3.90	3.87	3.84	3.83	3.82	3.80	3.80	3.79	3.78	3.76
5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.70	5.69	5.66	5.63
14.55	14.37	14.20	14.02	13.91	13.84	13.75	13.69	13.65	13.56	13.47
48.05	47.41	46.76	46.10	45.70	45.43	45.09	44.88	44.75	44.40	44.09
3.30	3.27	3.24	3.21	3.19	3.17	3.16	3.15	3.14	3.12	3.11
4.74	4.68	4.62	4.56	4.52	4.50	4.46	4.44	4.43	4.40	4.37
10.05	9.89	9.72	9.55	9.45	9.38	9.29	9.24	9.20	9.11	9.03
26.92	26.42	25.91	25.39	25.08	24.87	24.60	24.44	24.33	24.06	23.82
2.94	2.90	2.87	2.84	2.81	2.80	2.78	2.77	2.76	2.74	2.72
4.06	4.00	3.94	3.87	3.83	3.81	3.77	3.75	3.74	3.70	3.67
7.87	7.72	7.56	7.40	7.30	7.23	7.14	7.09	7.06	6.97	6.89
18.41	17.99	17.56	17.12	16.85	16.67	16.44	16.31	16.21	15.98	15.77
2.70	2.67	2.63	2.59	2.57	2.56	2.54	2.52	2.51	2.49	2.47
3.64	3.57	3.51	3.44	3.40	3.38	3.34	3.32	3.30	3.27	3.23
6.62	6.47	6.31	6.16	6.06	5.99	5.91	5.86	5.82	5.74	5.66
14.08	13.71	13.32	12.93	12.69	12.53	12.33	12.20	12.12	11.91	11.72
2.54	2.50	2.46	2.42	2.40	2.38	2.36	2.35	2.34	2.32	2.30
3.35	3.28	3.22	3.15	3.11	3.08	3.04	3.02	3.01	2.97	2.93
5.81	5.67	5.52	5.36	5.26	5.20	5.12	5.07	5.03	4.95	4.87
11.54	11.19	10.84	10.48	10.26	10.11	9.92	9.80	9.73	9.53	9.36
2.42	2.38	2.34	2.30	2.27	2.25	2.23	2.22	2.21	2.18	2.16
3.14	3.07	3.01	2.94	2.89	2.86	2.83	2.80	2.79	2.75	2.71
5.26	5.11	4.96	4.81	4.71	4.65	4.57	4.52	4.48	4.40	4.32
9.89	9.57	9.24	8.90	8.69	8.55	8.37	8.26	8.19	8.00	7.84
2.32	2.28	2.24	2.20	2.17	2.16	2.13	2.12	2.11	2.08	2.06
2.98	2.91	2.85	2.77	2.73	2.70	2.66	2.64	2.62	2.58	2.54
4.85	4.71	4.56	4.41	4.31	4.25	4.17	4.12	4.08	4.00	3.92
8.75	8.45	8.13	7.80	7.60	7.47	7.30	7.19	7.12	6.94	6.78
2.25	2.21	2.17	2.12	2.10	2.08	2.05	2.04	2.03	2.00	1.98
2.85	2.79	2.72	2.65	2.60	2.57	2.53	2.51	2.49	2.45	2.41
4.54	4.40	4.25	4.10	4.01	3.94	3.86	3.81	3.78	3.69	3.61
7.92	7.63	7.32	7.01	6.81	6.68	6.52	6.42	6.35	6.18	6.02
2.19	2.15	2.10	2.06	2.03	2.01	1.99	1.97	1.96	1.93	1.91
2.75	2.69	2.62	2.54	2.50	2.47	2.43	2.40	2.38	2.34	2.30
4.30	4.16	4.01	3.86	3.76	3.70	3.62	3.57	3.54	3.45	3.37
7.29	7.00	6.71	6.40	6.22	6.09	5.93	5.83	5.76	5.59	5.44

(continued)

A-16 Appendix Tables

Table A.9 Critical Values for F Distributions (cont.)

		$\nu_1 = \text{numerator df}$								
$\nu_2 = \text{denominator df}$	α	1	2	3	4	5	6	7	8	9
13	.100	3.14	2.76	2.56	2.43	2.35	2.28	2.23	2.20	2.16
	.050	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71
	.010	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19
	.001	17.82	12.31	10.21	9.07	8.35	7.86	7.49	7.21	6.98
14	.100	3.10	2.73	2.52	2.39	2.31	2.24	2.19	2.15	2.12
	.050	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65
	.010	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03
	.001	17.14	11.78	9.73	8.62	7.92	7.44	7.08	6.80	6.58
15	.100	3.07	2.70	2.49	2.36	2.27	2.21	2.16	2.12	2.09
	.050	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59
	.010	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89
	.001	16.59	11.34	9.34	8.25	7.57	7.09	6.74	6.47	6.26
16	.100	3.05	2.67	2.46	2.33	2.24	2.18	2.13	2.09	2.06
	.050	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54
	.010	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78
	.001	16.12	10.97	9.01	7.94	7.27	6.80	6.46	6.19	5.98
17	.100	3.03	2.64	2.44	2.31	2.22	2.15	2.10	2.06	2.03
	.050	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49
	.010	8.40	6.11	5.19	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68
	.001	15.72	10.66	8.73	7.68	7.02	6.56	6.22	5.96	5.75
18	.100	3.01	2.62	2.42	2.29	2.20	2.13	2.08	2.04	2.00
	.050	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46
	.010	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60
	.001	15.38	10.39	8.49	7.46	6.81	6.35	6.02	5.76	5.56
19	.100	2.99	2.61	2.40	2.27	2.18	2.11	2.06	2.02	1.98
	.050	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42
	.010	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52
	.001	15.08	10.16	8.28	7.27	6.62	6.18	5.85	5.59	5.39
20	.100	2.97	2.59	2.38	2.25	2.16	2.09	2.04	2.00	1.96
	.050	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39
	.010	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46
	.001	14.82	9.95	8.10	7.10	6.46	6.02	5.69	5.44	5.24
21	.100	2.96	2.57	2.36	2.23	2.14	2.08	2.02	1.98	1.95
	.050	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37
	.010	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.40
	.001	14.59	9.77	7.94	6.95	6.32	5.88	5.56	5.31	5.11
22	.100	2.95	2.56	2.35	2.22	2.13	2.06	2.01	1.97	1.93
	.050	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34
	.010	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35
	.001	14.38	9.61	7.80	6.81	6.19	5.76	5.44	5.19	4.99
23	.100	2.94	2.55	2.34	2.21	2.11	2.05	1.99	1.95	1.92
	.050	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32
	.010	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30
	.001	14.20	9.47	7.67	6.70	6.08	5.65	5.33	5.09	4.89
24	.100	2.93	2.54	2.33	2.19	2.10	2.04	1.98	1.94	1.91
	.050	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30
	.010	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26
	.001	14.03	9.34	7.55	6.59	5.98	5.55	5.23	4.99	4.80

(continued)

Table A.9 Critical Values for F Distributions (cont.)

$\nu_1 = \text{numerator df}$										
10	12	15	20	25	30	40	50	60	120	1000
2.14	2.10	2.05	2.01	1.98	1.96	1.93	1.92	1.90	1.88	1.85
2.67	2.60	2.53	2.46	2.41	2.38	2.34	2.31	2.30	2.25	2.21
4.10	3.96	3.82	3.66	3.57	3.51	3.43	3.38	3.34	3.25	3.18
6.80	6.52	6.23	5.93	5.75	5.63	5.47	5.37	5.30	5.14	4.99
2.10	2.05	2.01	1.96	1.93	1.91	1.89	1.87	1.86	1.83	1.80
2.60	2.53	2.46	2.39	2.34	2.31	2.27	2.24	2.22	2.18	2.14
3.94	3.80	3.66	3.51	3.41	3.35	3.27	3.22	3.18	3.09	3.02
6.40	6.13	5.85	5.56	5.38	5.25	5.10	5.00	4.94	4.77	4.62
2.06	2.02	1.97	1.92	1.89	1.87	1.85	1.83	1.82	1.79	1.76
2.54	2.48	2.40	2.33	2.28	2.25	2.20	2.18	2.16	2.11	2.07
3.80	3.67	3.52	3.37	3.28	3.21	3.13	3.08	3.05	2.96	2.88
6.08	5.81	5.54	5.25	5.07	4.95	4.80	4.70	4.64	4.47	4.33
2.03	1.99	1.94	1.89	1.86	1.84	1.81	1.79	1.78	1.75	1.72
2.49	2.42	2.35	2.28	2.23	2.19	2.15	2.12	2.11	2.06	2.02
3.69	3.55	3.41	3.26	3.16	3.10	3.02	2.97	2.93	2.84	2.76
5.81	5.55	5.27	4.99	4.82	4.70	4.54	4.45	4.39	4.23	4.08
2.00	1.96	1.91	1.86	1.83	1.81	1.78	1.76	1.75	1.72	1.69
2.45	2.38	2.31	2.23	2.18	2.15	2.10	2.08	2.06	2.01	1.97
3.59	3.46	3.31	3.16	3.07	3.00	2.92	2.87	2.83	2.75	2.66
5.58	5.32	5.05	4.78	4.60	4.48	4.33	4.24	4.18	4.02	3.87
1.98	1.93	1.89	1.84	1.80	1.78	1.75	1.74	1.72	1.69	1.66
2.41	2.34	2.27	2.19	2.14	2.11	2.06	2.04	2.02	1.97	1.92
3.51	3.37	3.23	3.08	2.98	2.92	2.84	2.78	2.75	2.66	2.58
5.39	5.13	4.87	4.59	4.42	4.30	4.15	4.06	4.00	3.84	3.69
1.96	1.91	1.86	1.81	1.78	1.76	1.73	1.71	1.70	1.67	1.64
2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	2.00	1.98	1.93	1.88
3.43	3.30	3.15	3.00	2.91	2.84	2.76	2.71	2.67	2.58	2.50
5.22	4.97	4.70	4.43	4.26	4.14	3.99	3.90	3.84	3.68	3.53
1.94	1.89	1.84	1.79	1.76	1.74	1.71	1.69	1.68	1.64	1.61
2.35	2.28	2.20	2.12	2.07	2.04	1.99	1.97	1.95	1.90	1.85
3.37	3.23	3.09	2.94	2.84	2.78	2.69	2.64	2.61	2.52	2.43
5.08	4.82	4.56	4.29	4.12	4.00	3.86	3.77	3.70	3.54	3.40
1.92	1.87	1.83	1.78	1.74	1.72	1.69	1.67	1.66	1.62	1.59
2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.94	1.92	1.87	1.82
3.31	3.17	3.03	2.88	2.79	2.72	2.64	2.58	2.55	2.46	2.37
4.95	4.70	4.44	4.17	4.00	3.88	3.74	3.64	3.58	3.42	3.28
1.90	1.86	1.81	1.76	1.73	1.70	1.67	1.65	1.64	1.60	1.57
2.30	2.23	2.15	2.07	2.02	1.98	1.94	1.91	1.89	1.84	1.79
3.26	3.12	2.98	2.83	2.73	2.67	2.58	2.53	2.50	2.40	2.32
4.83	4.58	4.33	4.06	3.89	3.78	3.63	3.54	3.48	3.32	3.17
1.89	1.84	1.80	1.74	1.71	1.69	1.66	1.64	1.62	1.59	1.55
2.27	2.20	2.13	2.05	2.00	1.96	1.91	1.88	1.86	1.81	1.76
3.21	3.07	2.93	2.78	2.69	2.62	2.54	2.48	2.45	2.35	2.27
4.73	4.48	4.23	3.96	3.79	3.68	3.53	3.44	3.38	3.22	3.08
1.88	1.83	1.78	1.73	1.70	1.67	1.64	1.62	1.61	1.57	1.54
2.25	2.18	2.11	2.03	1.97	1.94	1.89	1.86	1.84	1.79	1.74
3.17	3.03	2.89	2.74	2.64	2.58	2.49	2.44	2.40	2.31	2.22
4.64	4.39	4.14	3.87	3.71	3.59	3.45	3.36	3.29	3.14	2.99

(continued)

A-18 Appendix Tables

Table A.9 Critical Values for *F* Distributions (cont.)

		$\nu_1 = \text{numerator df}$								
	α	1	2	3	4	5	6	7	8	9
25	.100	2.92	2.53	2.32	2.18	2.09	2.02	1.97	1.93	1.89
	.050	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28
	.010	7.77	5.57	4.68	4.18	3.85	3.63	3.46	3.32	3.22
	.001	13.88	9.22	7.45	6.49	5.89	5.46	5.15	4.91	4.71
26	.100	2.91	2.52	2.31	2.17	2.08	2.01	1.96	1.92	1.88
	.050	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27
	.010	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.18
	.001	13.74	9.12	7.36	6.41	5.80	5.38	5.07	4.83	4.64
27	.100	2.90	2.51	2.30	2.17	2.07	2.00	1.95	1.91	1.87
	.050	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25
	.010	7.68	5.49	4.60	4.11	3.78	3.56	3.39	3.26	3.15
	.001	13.61	9.02	7.27	6.33	5.73	5.31	5.00	4.76	4.57
28	.100	2.89	2.50	2.29	2.16	2.06	2.00	1.94	1.90	1.87
	.050	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24
	.010	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12
	.001	13.50	8.93	7.19	6.25	5.66	5.24	4.93	4.69	4.50
29	.100	2.89	2.50	2.28	2.15	2.06	1.99	1.93	1.89	1.86
	.050	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22
	.010	7.60	5.42	4.54	4.04	3.73	3.50	3.33	3.20	3.09
	.001	13.39	8.85	7.12	6.19	5.59	5.18	4.87	4.64	4.45
30	.100	2.88	2.49	2.28	2.14	2.05	1.98	1.93	1.88	1.85
	.050	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21
	.010	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07
	.001	13.29	8.77	7.05	6.12	5.53	5.12	4.82	4.58	4.39
40	.100	2.84	2.44	2.23	2.09	2.00	1.93	1.87	1.83	1.79
	.050	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12
	.010	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89
	.001	12.61	8.25	6.59	5.70	5.13	4.73	4.44	4.21	4.02
50	.100	2.81	2.41	2.20	2.06	1.97	1.90	1.84	1.80	1.76
	.050	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13	2.07
	.010	7.17	5.06	4.20	3.72	3.41	3.19	3.02	2.89	2.78
	.001	12.22	7.96	6.34	5.46	4.90	4.51	4.22	4.00	3.82
60	.100	2.79	2.39	2.18	2.04	1.95	1.87	1.82	1.77	1.74
	.050	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04
	.010	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72
	.001	11.97	7.77	6.17	5.31	4.76	4.37	4.09	3.86	3.69
100	.100	2.76	2.36	2.14	2.00	1.91	1.83	1.78	1.73	1.69
	.050	3.94	3.09	2.70	2.46	2.31	2.19	2.10	2.03	1.97
	.010	6.90	4.82	3.98	3.51	3.21	2.99	2.82	2.69	2.59
	.001	11.50	7.41	5.86	5.02	4.48	4.11	3.83	3.61	3.44
200	.100	2.73	2.33	2.11	1.97	1.88	1.80	1.75	1.70	1.66
	.050	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	2.06	1.98	1.93
	.010	6.76	4.71	3.88	3.41	3.11	2.89	2.73	2.60	2.50
	.001	11.15	7.15	5.63	4.81	4.29	3.92	3.65	3.43	3.26
1000	.100	2.71	2.31	2.09	1.95	1.85	1.78	1.72	1.68	1.64
	.050	3.85	3.00	2.61	2.38	2.22	2.11	2.02	1.95	1.89
	.010	6.66	4.63	3.80	3.34	3.04	2.82	2.66	2.53	2.43
	.001	10.89	6.96	5.46	4.65	4.14	3.78	3.51	3.30	3.13

(continued)

Table A.9 Critical Values for F Distributions (cont.)

$\nu_1 = \text{numerator df}$										
10	12	15	20	25	30	40	50	60	120	1000
1.87	1.82	1.77	1.72	1.68	1.66	1.63	1.61	1.59	1.56	1.52
2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.84	1.82	1.77	1.72
3.13	2.99	2.85	2.70	2.60	2.54	2.45	2.40	2.36	2.27	2.18
4.56	4.31	4.06	3.79	3.63	3.52	3.37	3.28	3.22	3.06	2.91
1.86	1.81	1.76	1.71	1.67	1.65	1.61	1.59	1.58	1.54	1.51
2.22	2.15	2.07	1.99	1.94	1.90	1.85	1.82	1.80	1.75	1.70
3.09	2.96	2.81	2.66	2.57	2.50	2.42	2.36	2.33	2.23	2.14
4.48	4.24	3.99	3.72	3.56	3.44	3.30	3.21	3.15	2.99	2.84
1.85	1.80	1.75	1.70	1.66	1.64	1.60	1.58	1.57	1.53	1.50
2.20	2.13	2.06	1.97	1.92	1.88	1.84	1.81	1.79	1.73	1.68
3.06	2.93	2.78	2.63	2.54	2.47	2.38	2.33	2.29	2.20	2.11
4.41	4.17	3.92	3.66	3.49	3.38	3.23	3.14	3.08	2.92	2.78
1.84	1.79	1.74	1.69	1.65	1.63	1.59	1.57	1.56	1.52	1.48
2.19	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.79	1.77	1.71	1.66
3.03	2.90	2.75	2.60	2.51	2.44	2.35	2.30	2.26	2.17	2.08
4.35	4.11	3.86	3.60	3.43	3.32	3.18	3.09	3.02	2.86	2.72
1.83	1.78	1.73	1.68	1.64	1.62	1.58	1.56	1.55	1.51	1.47
2.18	2.10	2.03	1.94	1.89	1.85	1.81	1.77	1.75	1.70	1.65
3.00	2.87	2.73	2.57	2.48	2.41	2.33	2.27	2.23	2.14	2.05
4.29	4.05	3.80	3.54	3.38	3.27	3.12	3.03	2.97	2.81	2.66
1.82	1.77	1.72	1.67	1.63	1.61	1.57	1.55	1.54	1.50	1.46
2.16	2.09	2.01	1.93	1.88	1.84	1.79	1.76	1.74	1.68	1.63
2.98	2.84	2.70	2.55	2.45	2.39	2.30	2.25	2.21	2.11	2.02
4.24	4.00	3.75	3.49	3.33	3.22	3.07	2.98	2.92	2.76	2.61
1.76	1.71	1.66	1.61	1.57	1.54	1.51	1.48	1.47	1.42	1.38
2.08	2.00	1.92	1.84	1.78	1.74	1.69	1.66	1.64	1.58	1.52
2.80	2.66	2.52	2.37	2.27	2.20	2.11	2.06	2.02	1.92	1.82
3.87	3.64	3.40	3.14	2.98	2.87	2.73	2.64	2.57	2.41	2.25
1.73	1.68	1.63	1.57	1.53	1.50	1.46	1.44	1.42	1.38	1.33
2.03	1.95	1.87	1.78	1.73	1.69	1.63	1.60	1.58	1.51	1.45
2.70	2.56	2.42	2.27	2.17	2.10	2.01	1.95	1.91	1.80	1.70
3.67	3.44	3.20	2.95	2.79	2.68	2.53	2.44	2.38	2.21	2.05
1.71	1.66	1.60	1.54	1.50	1.48	1.44	1.41	1.40	1.35	1.30
1.99	1.92	1.84	1.75	1.69	1.65	1.59	1.56	1.53	1.47	1.40
2.63	2.50	2.35	2.20	2.10	2.03	1.94	1.88	1.84	1.73	1.62
3.54	3.32	3.08	2.83	2.67	2.55	2.41	2.32	2.25	2.08	1.92
1.66	1.61	1.56	1.49	1.45	1.42	1.38	1.35	1.34	1.28	1.22
1.93	1.85	1.77	1.68	1.62	1.57	1.52	1.48	1.45	1.38	1.30
2.50	2.37	2.22	2.07	1.97	1.89	1.80	1.74	1.69	1.57	1.45
3.30	3.07	2.84	2.59	2.43	2.32	2.17	2.08	2.01	1.83	1.64
1.63	1.58	1.52	1.46	1.41	1.38	1.34	1.31	1.29	1.23	1.16
1.88	1.80	1.72	1.62	1.56	1.52	1.46	1.41	1.39	1.30	1.21
2.41	2.27	2.13	1.97	1.87	1.79	1.69	1.63	1.58	1.45	1.30
3.12	2.90	2.67	2.42	2.26	2.15	2.00	1.90	1.83	1.64	1.43
1.61	1.55	1.49	1.43	1.38	1.35	1.30	1.27	1.25	1.18	1.08
1.84	1.76	1.68	1.58	1.52	1.47	1.41	1.36	1.33	1.24	1.11
2.34	2.20	2.06	1.90	1.79	1.72	1.61	1.54	1.50	1.35	1.16
2.99	2.77	2.54	2.30	2.14	2.02	1.87	1.77	1.69	1.49	1.22

A-20 Appendix Tables

Table A.10 Critical Values for Studentized Range Distributions

ν	α	m										
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
5	.05	3.64	4.60	5.22	5.67	6.03	6.33	6.58	6.80	6.99	7.17	7.32
	.01	5.70	6.98	7.80	8.42	8.91	9.32	9.67	9.97	10.24	10.48	10.70
6	.05	3.46	4.34	4.90	5.30	5.63	5.90	6.12	6.32	6.49	6.65	6.79
	.01	5.24	6.33	7.03	7.56	7.97	8.32	8.61	8.87	9.10	9.30	9.48
7	.05	3.34	4.16	4.68	5.06	5.36	5.61	5.82	6.00	6.16	6.30	6.43
	.01	4.95	5.92	6.54	7.01	7.37	7.68	7.94	8.17	8.37	8.55	8.71
8	.05	3.26	4.04	4.53	4.89	5.17	5.40	5.60	5.77	5.92	6.05	6.18
	.01	4.75	5.64	6.20	6.62	6.96	7.24	7.47	7.68	7.86	8.03	8.18
9	.05	3.20	3.95	4.41	4.76	5.02	5.24	5.43	5.59	5.74	5.87	5.98
	.01	4.60	5.43	5.96	6.35	6.66	6.91	7.13	7.33	7.49	7.65	7.78
10	.05	3.15	3.88	4.33	4.65	4.91	5.12	5.30	5.46	5.60	5.72	5.83
	.01	4.48	5.27	5.77	6.14	6.43	6.67	6.87	7.05	7.21	7.36	7.49
11	.05	3.11	3.82	4.26	4.57	4.82	5.03	5.20	5.35	5.49	5.61	5.71
	.01	4.39	5.15	5.62	5.97	6.25	6.48	6.67	6.84	6.99	7.13	7.25
12	.05	3.08	3.77	4.20	4.51	4.75	4.95	5.12	5.27	5.39	5.51	5.61
	.01	4.32	5.05	5.50	5.84	6.10	6.32	6.51	6.67	6.81	6.94	7.06
13	.05	3.06	3.73	4.15	4.45	4.69	4.88	5.05	5.19	5.32	5.43	5.53
	.01	4.26	4.96	5.40	5.73	5.98	6.19	6.37	6.53	6.67	6.79	6.90
14	.05	3.03	3.70	4.11	4.41	4.64	4.83	4.99	5.13	5.25	5.36	5.46
	.01	4.21	4.89	5.32	5.63	5.88	6.08	6.26	6.41	6.54	6.66	6.77
15	.05	3.01	3.67	4.08	4.37	4.59	4.78	4.94	5.08	5.20	5.31	5.40
	.01	4.17	4.84	5.25	5.56	5.80	5.99	6.16	6.31	6.44	6.55	6.66
16	.05	3.00	3.65	4.05	4.33	4.56	4.74	4.90	5.03	5.15	5.26	5.35
	.01	4.13	4.79	5.19	5.49	5.72	5.92	6.08	6.22	6.35	6.46	6.56
17	.05	2.98	3.63	4.02	4.30	4.52	4.70	4.86	4.99	5.11	5.21	5.31
	.01	4.10	4.74	5.14	5.43	5.66	5.85	6.01	6.15	6.27	6.38	6.48
18	.05	2.97	3.61	4.00	4.28	4.49	4.67	4.82	4.96	5.07	5.17	5.27
	.01	4.07	4.70	5.09	5.38	5.60	5.79	5.94	6.08	6.20	6.31	6.41
19	.05	2.96	3.59	3.98	4.25	4.47	4.65	4.79	4.92	5.04	5.14	5.23
	.01	4.05	4.67	5.05	5.33	5.55	5.73	5.89	6.02	6.14	6.25	6.34
20	.05	2.95	3.58	3.96	4.23	4.45	4.62	4.77	4.90	5.01	5.11	5.20
	.01	4.02	4.64	5.02	5.29	5.51	5.69	5.84	5.97	6.09	6.19	6.28
24	.05	2.92	3.53	3.90	4.17	4.37	4.54	4.68	4.81	4.92	5.01	5.10
	.01	3.96	4.55	4.91	5.17	5.37	5.54	5.69	5.81	5.92	6.02	6.11
30	.05	2.89	3.49	3.85	4.10	4.30	4.46	4.60	4.72	4.82	4.92	5.00
	.01	3.89	4.45	4.80	5.05	5.24	5.40	5.54	5.65	5.76	5.85	5.93
40	.05	2.86	3.44	3.79	4.04	4.23	4.39	4.52	4.63	4.73	4.82	4.90
	.01	3.82	4.37	4.70	4.93	5.11	5.26	5.39	5.50	5.60	5.69	5.76
60	.05	2.83	3.40	3.74	3.98	4.16	4.31	4.44	4.55	4.65	4.73	4.81
	.01	3.76	4.28	4.59	4.82	4.99	5.13	5.25	5.36	5.45	5.53	5.60
120	.05	2.80	3.36	3.68	3.92	4.10	4.24	4.36	4.47	4.56	4.64	4.71
	.01	3.70	4.20	4.50	4.71	4.87	5.01	5.12	5.21	5.30	5.37	5.44
	.05	2.77	3.31	3.63	3.86	4.03	4.17	4.29	4.39	4.47	4.55	4.62
	.01	3.64	4.12	4.40	4.60	4.76	4.88	4.99	5.08	5.16	5.23	5.29