

[This question paper contains 12 printed pages.]

Your Roll No. **96/5/258**

Sr. No. of Question Paper : 1010

Unique Paper Code : 12271202

Name of the Paper : Mathematical Methods for
Economics-II

Name of the Course : **B.A.(Hons.) Economics**

Semester : II

Duration : 3 Hours

Maximum Marks : 75

Instructions for Candidates

1. Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.
2. There are 6 questions in all.
3. All parts of a question must be answered together.
4. Use of scientific calculator is allowed.
5. Answers may be written either in English or Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

P.T.O.

छात्रों के लिए निर्देश

1. इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए।
2. सभी में 6 प्रश्न हैं।
3. एक प्रश्न के सभी भागों का एक साथ उत्तर दिया जाना चाहिए।
3. वैज्ञानिक कैलकुलेटर का उपयोग करने की अनुमति है।
4. इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिंदी किसी एक भाषा में दीजिए, लेकिन सभी प्रश्नों के उत्तर का माध्यम एक ही होना चाहिए।

Attempt any five of the following: (5x15= 75)

1. (a) A student is preparing for exams in 2 subjects, A and B. She estimates the grades G obtained in each subject as a function of time T as:

$$G_A = 20 + 20\sqrt{T_A}$$

$$G_B = -80 + 3\sqrt{T_B}$$

How should she allocate her time if she wishes to maximise her average grade $\frac{G_A + G_B}{2}$, given that she

has 60 hours to study? What is the value of the Lagrange multiplier, and what is its interpretation?

- (b) What is the equation of the tangent plane of the function $z = f(x, y)$ at (x_0, y_0, z_0) ? Prove that if the function is linearly homogeneous, then all tangent planes to the surface of this function pass through the origin. (8+7)

- (क) एक छात्र दो विषयों, A और B, की परीक्षा की तैयारी कर रही है। वह प्रत्येक विषय में प्राप्त ग्रेड G का अनुमान समय T के फलन के रूप में निम्नवत लगाती है:-

$$G_A = 20 + 20\sqrt{T_A}$$

$$G_B = -80 + 3\sqrt{T_B}$$

यह देखते हुए कि उसके पास अध्ययन के लिए 60 घंटे हैं।

यदि वह अपने औसत ग्रेड $\frac{G_A + G_B}{2}$, को अधिकतम करना चाहती है, तो उसे अपना समय किस प्रकार आवंटित करना चाहिए? लैग्रेंज गुणक (Lagrange multiplier) का मान क्या है और इसकी व्याख्या (interpretation) क्या है?

(ख) फलन $z = f(x, y)$ at (x_0, y_0, z_0) के स्पर्शरेखा तल (tangent plane) का समीकरण क्या है? सिद्ध कीजिए कि यदि फलन रैखिक रूप से समरूप (linearly homogeneous) है, तो इस फलन की सतह के सभी स्पर्शरेखा तल मूल बिंदु से होकर गुजरते हैं।

2. (a) Let $F(x, y)$ be defined on $\mathbb{R}_+^2$. Show that if F is linearly homogeneous, then the slopes of the level curves are equal along any ray $y = cx$.

(b) Given the following system of equations:

$$3x^2z + 6wy^2 - 2z + 1 = 0$$

$$xz - 4\frac{y}{z} - 3w - z = 0$$

Taking w as the exogenous variable, check if the implicit function theorem applies and evaluate

$$\frac{\partial x}{\partial z} \text{ and } \frac{\partial y}{\partial z} \text{ at } (x, y, z, w) = (1, 2, -1, 0) \text{ and } (x, y, z, w) = (1, \frac{1}{2}, 2, -2).$$

(7+8)

(क) मान लीजिए $F(x, y)$ को $\mathbb{R}_+^2$ पर परिभाषित किया गया है। दर्शाइए कि यदि F रैखिकतः समरूप (linearly homogeneous) है, तो स्तर वक्रों (level curves) की ढलान (slopes) किसी भी किरण $y=cx$ के अनुदिश समान होती है।

(ख) निम्नलिखित समीकरण प्रणाली दी गई है:

$$3x^2z + 6wy^2 - 2z + 1 = 0$$

$$xz - 4\frac{y}{z} - 3w - z = 0$$

w को बहिर्जात चर (exogenous variable) के रूप में लेते हुए, जाँच कीजिये कि क्या अंतर्निहित फलन प्रमेय (implicit function theorem) लागू होता है, और $\frac{\partial x}{\partial z}$ and $\frac{\partial y}{\partial z}$ at $(x, y, z, w) = (1, 2, -1, 0)$ और $(x, y, z, w) = (1, \frac{1}{2}, 2, -2)$ के मूल्यांकन कीजिये।

(7+8)

3. (a) Find the solution to the following differential

$$\text{equation: } t\dot{x} + 2x(t) = t^2 - t + 1, \text{ where } x(1) = \frac{1}{2}.$$

- (b) The output of a good is $x^a y$, where x, y are the amount of inputs and $a > 1$ is a parameter. A firm wants to maximise output subject to meeting the constraint $2x + y = 12$. Solve the firm's problem and get the optimal output. How does the maximum output change as the parameter a varies? (8+7)

(क) निम्नलिखित अंतर समीकरण (differential equation) का हल

जात कीजिए: $t\dot{x} + 2x(t) = t^2 - t + 1$, जहाँ $x(1) = \frac{1}{2}$ है।

- (ख) किसी वस्तु का आउटपुट $x^a y$ है, जहाँ x, y इनपुट की मात्रा है और $a > 1$ एक पैरामीटर है। एक फर्म बाधा (constraint) $2x + y = 12$ को पूरा करने के विषयाधीन आउटपुट को अधिकतम करना चाहती है। फर्म की समस्या का समाधान बताइए और इष्टतम आउटपुट प्राप्त कीजिये। पैरामीटर a के बदलने पर अधिकतम आउटपुट किस प्रकार बदलता है?

4. (a) Starting with a single fruit, fruits are growing on a tree at the rate of:

$$f'(t) = -2t^2 + 10t + 100, \text{ for } t \in [0, 5] \text{ years.}$$

- (i) Determine the total number of fruits on the tree as a function of t .

- (ii) Over the 5 years, what was the average number of fruits on the tree?

- (b) A firm is engaged in animal breeding. The animals are to be given nutrition supplements everyday. There are two products, 1 and 2, which contain the three required nutrients per kg in the following way:

Product	Nutrient A	Nutrient B	Nutrient C
1	72	6	40
2	12	24	20

The minimum requirement of each nutrient is A: 216, B: 72, C: 200. The price of products 1 and 2 is Rs. 40 and Rs. 80, respectively. Set up a Linear Programming problem and find the least cost combination of products 1 & 2 to be given to provide the minimum nutritional requirement. (7+8)

- (क) एक फल से शुरूआत करके, किसी पेड़ पर निम्नलिखित दर से फल बढ़ते हैं:

$$f'(t) = -2t^2 + 10t + 100, \text{ for } t \in [0, 5] \text{ years.}$$

(i) t के फलन के रूप में पेड़ पर फलों की कुल संख्या निर्धारित कीजिये।

(ii) पिछले 5 वर्षों में पेड़ पर फलों की औसत संख्या कितनी थी?

(ख) एक फर्म पशु प्रजनन के कार्य में लगी हुई है। पशुओं को प्रतिदिन पोषण पूरक दिए जाने हैं। तीन आवश्यक पोषक तत्वों वाले दो उत्पाद हैं, 1 और 2, जिनमें प्रति किलोग्राम निम्नलिखित मात्र में पोषक तत्व हैं:-

उत्पाद	पोषक तत्व A	पोषक तत्व B	पोषक तत्व C
1	72	6	40
2	12	24	20

प्रत्येक पोषक तत्व की न्यूनतम आवश्यकता A: 216, B: 72, C: 200 है। उत्पाद 1 और 2 की कीमत क्रमशः 40 रुपये और 80 रुपये है। एक रैखिक प्रोग्रामिंग समस्या (Linear Programming problem) स्थापित कीजिये और न्यूनतम आवश्यक पोषण प्रदान करने के लिए दिए जाने वाले उत्पाद 1 और 2 की न्यूनतम लागत वाला संयोजन ज्ञात कीजिये।

5. (a) Using polynomials of the form $f(x, y) = ax^3 + bx^4 + cy^3 + dy^4$, determine the value(s) of a, b, c, d and hence the functional form of $f(x, y)$ such that the function that has the following at its stationary point $(0, 0)$:

(i) A strict maximum.

(ii) A strict minimum.

(iii) A saddle point where the function $f(x, 0)$ has a strict maximum and $f(0, y)$ has a strict minimum.

(iv) A saddle point where the function $f(x, 0)$ and $f(0, y)$ both have inflection points.

(b) On a grassland with 1000 deer, the survival rate is 50%, and 1000 deer migrate each year. Write the difference equation of the deer population at t years and solve it. Find the steady state equilibrium and comment on its stability and convergence.

(10+5)

(क) फॉर्म $f(x, y) = ax^3 + bx^4 + cy^3 + dy^4$ रूप के बहुपदों का उपयोग करते हुए, a, b, c, d का मान निर्धारित कीजिये और

अतः $f(x, y)$ का कार्यात्मक रूप (functional form) इस प्रकार निर्धारित कीजिये कि फलन जिसके स्थिर बिंदु (stationary point) $(0,0)$ पर निम्नलिखित हो:

- (i) सख्त अधिकतम (strict maximum.)
- (ii) सख्त न्यूनतम (strict minimum.)
- (iii) काठी (saddle) बिंदु जहां फलन $f(x,0)$ का सख्त अधिकतम है और फलन $f(0,y)$ का सख्त न्यूनतम है।
- (iv) काठी बिंदु जहां फलन $f(x,0)$ और $f(0,y)$ दोनों में विभक्ति बिंदु (inflection points) होते हैं।

(ख) 1000 हिरण वाले घास के मैदान में जीवित रहने की दर 50 प्रतिशत है और 1000 हिरण प्रति वर्ष पलायन करते हैं। t वर्षों में हिरणों की आबादी का अंतर समीकरण (difference equation) लिखिये और इसे हल कीजिये। स्थिर अवस्था संतुलन (steady state equilibrium) का पता लगाइए और इसकी स्थिरता (stability) और अभिसरण (convergence) पर टिप्पणी कीजिये।

6. (a) A farmer has 20 acres of land on which he grows rice and wheat. The cost per acre for rice and wheat is Rs. 30 and Rs. 20. He has a budget of

Rs. 480. Rice needs 1 labourer/day and wheat needs 2 labourers/day. There are 36 labourers available. The profit on rice is Rs. 100/acre and on wheat is Rs. 120/acre. Using Linear Programming, find the number of acres on which the farmer should sow each crop to maximise profit.

- (b) Find the present and future value of a constant stream of income of Rs. 10,000 per year, over the next 10 years assuming an interest rate of $r=5\%$ annually, compounded continuously. (8+7)

(क) एक किसान के पास 20 एकड़ जमीन है जिस पर वह चावल और गेहूँ उगाता है। चावल और गेहूँ के लिए प्रति एकड़ लागत 30 रुपये और 20 रुपये है। उसका बजट 480 रुपये है। चावल के लिए प्रतिदिन 1 मजदूर और गेहूँ के लिए प्रतिदिन 2 मजदूरों की ज़रूरत होती है। 36 मजदूर उपलब्ध हैं। चावल पर मुनाफ़ा 100 रुपये प्रति एकड़ और गेहूँ पर 120 रुपये प्रति एकड़ है। रैखिक प्रोग्रामिंग (Linear Programming) का उपयोग करते हुए, ऐसे एकड़ की संख्या ज्ञात कीजिये जिन पर किसान को अधिकतम मुनाफ़ा कमाने के लिए प्रत्येक फ़सल बोनी चाहिए।

(ख) यह मानते हुए कि ब्याज दर $r=5$ प्रतिशत वार्षिक है, जो लगातार चक्रवृद्धि होती है, तो अगले 10 वर्षों में प्रति वर्ष 10,000 रुपये की आय की स्थिर धारा का वर्तमान और भविष्य का मूल्य ज्ञात कीजिए।

[This question paper contains 8 printed pages.]

Your Roll No.

Sr. No. of Question Paper : 1027

Unique Paper Code : 12277614

Name of the Paper : Open
Macroeconomics

Name of the Course : **BA (H) Economics**

Semester :

Duration : 3 Hours

Maximum Marks : 75

Instructions for Candidates

1. Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.
2. The paper has two sections. Part A and Part B
3. Attempt any SIX out of eight from part A and any THREE out of four from part B
4. Answers may be written either in English or Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

P.T.O.



छात्रों के लिए निर्देश

1. इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए।
2. कागज के दो खंड हैं - पार्ट ए और पार्टबीट।
3. पार्ट ए से आठ में से किसी भी छह और पार्ट बी से चार में से कोई भी तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए।
4. इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिंदी किसी एक भाषा में दीजिए, लेकिन सभी प्रश्नों के उत्तर का माध्यम एक ही होना चाहिए।

PART A

Attempt any six questions.

1. Is the current account deficit always bad and surplus always good? Explain your view. (5)
क्या चालू खाता घाटा हमेशा बुरा होता है और अधिशेष हमेशा अच्छा होता है? अपना दृष्टिकोण स्पष्ट कीजिए।
2. (a) Show the equilibrium in the money market and foreign exchange market simultaneously. (3)

- (b) Discuss the effect of an increase in the money supply on the domestic economy on the foreign exchange market equilibrium. (2)

(क) मुद्रा बाजार और विदेशी मुद्रा बाजार में एक साथ संतुलन दर्शाइये।

(ख) घरेलू अर्थव्यवस्था पर मुद्रा आपूर्ति में वृद्धि का विदेशी मुद्रा बाजार संतुलन पर प्रभाव पर चर्चा कीजिए।

3. What is the monetary trilemma? Why do policy-makers call it the impossible trinity? (5)

मौद्रिक त्रिविधता क्या है? नीति-निर्माता इसे असंभव त्रिविधता क्यों कहते हैं?

4. Do you think the Gold standard played the central role in originating, deepening and spreading the great depression? (5)

क्या आपको लगता है कि स्वर्ण मानक ने महामंदी की उत्पत्ति, गहनता और प्रसार में केंद्रीय भूमिका निभाई थी?

5. Elaborate on the term "Original sin" coined by Eichengreen and Hausmann in the context of secular and systemic indebtedness of developing countries. (5)

विकासशील देशों के धर्मनिरपेक्ष और प्रणालीगत ऋणग्रस्तता के संदर्भ में आइचेनसीन और हण्समैन द्वारा गढ़े गए “मूल पाप” शब्द पर विस्तार से चर्चा कीजिए।

6. Is the current account balance a decreasing function of output and an increasing function of devaluation of currency? Explain. (5)

क्या चालू खाता संतुलन उत्पादन का घटता हुआ फलन और मुद्रा के अवमूल्यन का बढ़ता हुआ फलन है? स्पष्ट कीजिए। (5)

7. Explain the sterilised foreign exchange intervention of a central bank with suitable examples. (5)

उपयुक्त उदाहरणों के साथ केंद्रीय बैंक के निष्फल विदेशी मुद्रा हस्तक्षेप की व्याख्या कीजिए। (5)

8. What is the ‘managed’ floating exchange rate? Why do small countries peg their exchange rate against large and strong countries? Explain with an example. (5)

‘प्रबंधित’ अस्थायी विनिमय दर क्या है? छोटे देश बड़े और मजबूत देशों के मुकाबले अपनी विनिमय दर क्यों तय करते हैं? उदाहरण देकर समझाइये।

PART B

Attempt any three questions.

9. (a) Discuss the merits and demerits of the Gold Standard. (9)

- (b) Is a fixed exchange rate relevant in the present times? Discuss. (6)

(क) स्वर्ण मानक के गुण और दोष पर चर्चा कीजिए।

(ख) क्या वर्तमान समय में स्थिर विनिमय दर प्रासंगिक है? चर्चा कीजिए।

10. The Asian Economic crisis of 1997 was termed a “shock and awe” to their economies. Delineate the major causes and suggest a way out. (15)

1997 के एशियाई आर्थिक संकट को उनकी अर्थव्यवस्थाओं के लिए “सदमा और खौफ” कहा गया था। प्रमुख कारणों को रेखांकित कीजिए और समाधान का उपाय सुझाइये। (15)

11. Discuss “Four-Zone of Economic Discomfort” referring to determinants of internal and external balance. Suggest policy options if the economy is facing underemployment and a current account deficit. Why is the Expenditure Switching Policy not frequently

recommended as a policy option under the Bretton Woods Agreement? Is fiscal policy hassle-free as a policy option? (15)

आंतरिक और बाह्य संतुलन के निर्धारकों का उल्लेख करते हुए "आर्थिक असुविधा के चार-क्षेत्र' पर चर्चा कीजिए। यदि अर्थव्यवस्था अल्परोजगार और चालू खाता घाटे का सामना कर रही है, तो नीति विकल्प सुझाइये। ब्रेटन वुड्स समझौते के तहत क्या सिविलिग नीति को नीति विकल्प के रूप में अक्सर क्यों अनुशंसित नहीं किया जाता है? क्या राजकोषीय नीति एक नीति विकल्प के रूप में परेशानी मुक्त है?

12. Consider an economy with the following information:
(3x5= 15)

Gross private domestic saving = 40

Government purchase of goods and services = 30

GNP = 200

Current account balance = -20

Taxes = 60

Government transfer payments to the domestic private sector = 25

Interest payments from the government to the domestic private sector = 15

Factor income received from the rest of the world = 7

Factor payment paid to the rest of the world = 9

Find the following, assuming that the government investment is zero:

(a) Consumption

(b) Net exports

(c) GDP

(d) Net factor payments from abroad

(e) National saving

निम्नलिखित जानकारी वाली अर्थव्यवस्था पर विचार कीजिए:

सकल निजी घरेलू बचत = 40

माल और सेवाओं की सरकारी खरीद = 30

जीएनपी = 200

चालू खाता शेष = -20

कर = 60

घरेलू निजी क्षेत्र को सरकार द्वारा किया जाने वाला हस्तांतरण
भुगतान = 25

सरकार द्वारा घरेलू निजी क्षेत्र को किया जाने वाला ब्याज भुगतान =
15

बाकी दुनिया से प्राप्त कारक आय = 7

बाकी दुनिया को दिया जाने वाला कारक भुगतान = 9

यह मानते हुए कि सरकारी निवेश शून्य है, निम्नलिखित ज्ञात कीजिए:

(a) उपभोग

(b) शुद्ध निर्यात

(c) सकल घरेलू उत्पाद

(d) विदेश से शुद्ध कारक भुगतान

(e) राष्ट्रीय बचत

June 2025

[This question paper contains 16 printed pages.]

Your Roll No.

Sr. No. of Question Paper : 6458

Unique Paper Code : 2272101201

Name of the Paper : Introductory Macroeconomics

Name of the Course : B.A. (Hons.)

Semester : II

Duration : 3 Hours

Maximum Marks : 90

Instructions for Candidates

1. Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.
2. Attempt any 5 Questions.
3. Part of the questions are to be attempted together.
4. All Questions carry 18 marks
5. Answers may be written either in English or Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

छात्रों के लिए निर्देश

1. इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए।

P.T.O.

6458

2

2. किन्हीं पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए।
3. प्रश्नों के भाग को एक साथ कीजिए।
4. सभी प्रश्न 18 अंक के हैं।
5. इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिंदी किसी एक भाषा में दीजिए, लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए।

1. (a) Differentiate between the classical and the Keynesian approach to wage and price adjustment. What is the unified approach of macroeconomics? (9)

- (b) (i) From the following data, calculate private savings and government savings:

GDP = Rs. 8000

Net factor payment from abroad = Rs (-)100

Consumption = Rs. 2500

Government Purchases = Rs. 1500

Interest payment on government debt = Rs. 250

Taxes = 2800

Transfers = 1200

6458

3

- (ii) Does the price index help to measure the inflation rate? With the help of the data given below, calculate the rate of inflation for each year from 2014 to 2016 considering 2013 as the base year

YEAR	CPI
2013	60.0
2014	61.5
2015	65.0
2016	64.5

(3,6)

2. (a) (i) In classical theory, what are the factors that do not affect the level of output and employment? (6)

- (ii) Suppose that in an economy:

$$C = 100 + 0.8Y_d$$

6458

4

$$I = 70$$

$$G = 200$$

$$TR = 150$$

$$t = 0.20$$

(a) Calculate the equilibrium level of income and multiplier in this model? (2)

(b) Calculate the budget surplus. (2)

(c) What will be the new equilibrium level of income and the new multiplier if t increases to 0.25? (2)

(b) (i) Suppose full employment output (Y^*) = 1000, Actual output (Y) = 1100, Government purchase of goods and services (G) = 200, Transfer Payment (TR) = 20 and Taxes = $0.20Y$ (20%).

Compute (a) actual budget surplus and

(b) full employment budget surplus. (2)

6458

5

(ii) Briefly explain balanced budget multiplier? (4)

3. (a) (i) Explain the differences among the nominal interest rate, the real interest rate and the expected real interest rate. Which interest rate concept is most important for the decisions made by borrowers and lenders? Why?

(ii) Given the Nominal interest rate of 10%, calculate the expected real interest rate when the expected inflation is 4% and 5%.

(5,4)

(b) (i) Justify the statement that bond prices and the rate of interest are negatively related. Give reasons for your answer. Suppose a bond that promises to pay Rs. 100 in a year and the prices of a bond are Rs. 90, Rs. 95, and Rs. 98. Calculate the interest rate on the bond for a year at different levels of prices of the bond.

6458

6

(ii) Assume that all individuals do not hold currency and that the reserve ratio (R/D) is 0.25. Also, assume that the monetary base equals Rs.300 crore. Calculate the amount of

(a) Reserves

(b) Checkable Deposits

(c) The money supply

(d) The money multiplier. (5,4)

4. (a) How and why does the multiplier and the interest sensitivity of aggregate demand affect the slope of the IS curve? Explain with the help of a diagram. (9)

(b) What explains the fact that the increase in income is smaller than the increase in autonomous spending ΔI times the simple multiplier αG ? Explain with the help of a diagram. (9)

6458

7

5. (a) (i) Define the money multiplier. (2)

(ii) Which of the following transactions are included in India's GDP? Give reasons in support of your answer: (2)

(a) Interest on national debt.

(b) Commission charged by a real estate agent.

(iii) What are the automatic stabilizers? (2)

(b) In a three-sector model :

$$C = 400 + 0.8Y_d$$

$$I = 1400 - 100i,$$

$$T_x = 500$$

$$G = 500$$

$$L = 0.20Y - 50i$$

$$M = 1000$$

- (i) Find the equation of the IS Curve. (2)
- (ii) Find the equation of the LM Curve. (2)
- (iii) Find the simultaneous equilibrium for the IS and LM Curves, showing output, rate of interest, consumption and investment. (3)
- (iv) Find the IS equation for where government spending increases from 500 to 800. Also find the new output, rate of interest, consumption and investment. (5)

6. (a) (i) What is crowding out effect and when does it occur? In the face of substantial crowding out, which will be more successful, fiscal or monetary policy? (5)

(ii) What is the full employment budget surplus? (4)

- (b) (i) What is the difference between GDP Deflator and Consumer Price Index? Calculate the GDP Deflator if Nominal GDP = \$ 3280, Real GDP = 1840. (6)
- (ii) Suppose that a person's yearly income is \$1000 and its money demand function is given by: $M^d = \$ Y(0.35 - i)$, calculate the person's money demand when the interest rate is 5% and 7%. Show diagrammatically the effect of change in income on the money demand curve. (3)

1 (क) मजदूरी और मूल्य समायोजन के लिए शास्त्रीय और कीनेसियन दृष्टिकोण के बीच अंतर कीजिए। मैक्रोइकॉनॉमिक्स का एकीकृत दृष्टिकोण क्या है? (9)

(ख) (i) निम्नलिखित आँकड़ों से, निजी बचत और सरकारी बचत की गणना कीजिए :

6458

10

जीडीपी = ₹. 8000

विदेश से शुद्ध कारक भुगतान = ₹. (-)100

उपभोग = ₹. 2500

सरकारी खरीद = ₹. 1500

सरकारी ऋण पर ब्याज भुगतान = ₹. 250

कर = 2800

हस्तांतरण = 1200

- (ii) क्या मूल्य सूचकांक मुद्रास्फीति दर को मापने में मदद करता है? नीचे दिए गए आँकड़ों की सहायता से 2013 को आधार वर्ष मानकर 2014 से 2016 तक प्रत्येक वर्ष के लिए मुद्रास्फीति की दर की गणना कीजिए।

YEAR	CPI
2013	60.0
2014	61.5
2015	65.0
2016	64.5

(3,6)

6458

11

2. (क) (i) शास्त्रीय सिद्धांत में, वे कौन-से कारक हैं जो उत्पादन और रोजगार के स्तर को प्रभावित नहीं करते हैं? (6)

- (ii) मान लीजिए कि किसी अर्थव्यवस्था में :

$$C = 100 + 0.8Y_d$$

$$I = 70$$

$$G = 200$$

$$TR = 150$$

$$t = 0.20$$

- (अ) इस मॉडल में आय और गुणक के संतुलन स्तर की गणना कीजिए? (2)
- (ब) बजट अधिशेष की गणना कीजिए। (2)
- (स) यदि t बढ़कर 0.25 हो जाए तो आय का नया संतुलन स्तर और नया गुणक क्या होगा? (2)

(स्व) (i) मान लीजिए पूर्ण रोजगार आउटपुट (Y^*) = 1000, वास्तविक आउटपुट (Y) = 1100, वस्तुओं और सेवाओं की सरकारी खरीद (G) = 200, हस्तांतरण भुगतान (TR) = 20 और कर = $0.20Y$ (20%)।

(अ) वास्तविक बजट अधिशेष और (ब) पूर्ण रोजगार बजट अधिशेष की गणना कीजिए। (2)

(ii) संतुलित बजट गुणक की संक्षेप में व्याख्या कीजिए? (4)

3. (क) (i) नॉमिनल ब्याज दर, वास्तविक ब्याज दर और अपेक्षित वास्तविक ब्याज दर के बीच अंतर की व्याख्या कीजिए। उधारकर्ताओं और उधारदाताओं द्वारा किए गए निर्णयों के लिए कौन सी ब्याज दर अवधारणा सबसे महत्वपूर्ण है? क्यों?

(ii) 10% की नॉमिनल ब्याज दर को देखते हुए, अपेक्षित मुद्रास्फीति 4% और 5% होने पर अपेक्षित वास्तविक ब्याज दर की गणना कीजिए। (5,4)

(स्व) (i) इस कथन को सही ठहराइये कि बांड की कीमतें और ब्याज दर नकारात्मक रूप से संबंधित हैं, मान लीजिए कि एक बॉन्ड जो एक साल में 100 रुपये का भुगतान करने का वादा करता है और बॉन्ड की कीमतें 90 रुपये, 95 रुपये और 98 रुपये हैं। बॉन्ड की कीमतों के विभिन्न स्तरों पर एक वर्ष के लिए बॉन्ड पर ब्याज दर की गणना कीजिए।

(ii) मान लीजिए कि सभी व्यक्ति मुद्रा नहीं रखते हैं और आरक्षित अनुपात (आर/झि) 0.25 है। साथ ही, मान लीजिए कि मौद्रिक आधार 300 करोड़ रुपये के बराबर है। राशि की गणना कीजिए

(अ) आरक्षित निधि

(ब) चेक करने योग्य जमा राशि

(स) मुद्रा आपूर्ति

(द) मुद्रा गुणक

(5,4)

4. (क) गुणक और समय मांग की ब्याज संवेदनशीलता आईएस वक्र की ढलान को कैसे और क्यों प्रभावित करती है? एक आरेख की मदद से समझाइये। (9)

(ख) इस तथ्य की क्या व्याख्या है कि आय में वृद्धि स्वायत्त व्यय में वृद्धि ΔI गुणा सरल गुणक αG से कम है? एक आरेख की मदद से समझाइये। (9)

5. (क) (i) मुद्रा गुणक को परिभाषित कीजिए। (2)

(ii) निम्नलिखित में से कौन से लेन-देन भारत के सकल घरेलू उत्पाद में शामिल हैं? अपने उत्तर के समर्थन में कारण बताइये : (2)

(अ) राष्ट्रीय ऋण पर ब्याज

(ब) रियल एस्टेट एजेंट द्वारा लिया जाने वाला कमीशन

(ii) स्वचालित स्थिरीकरण क्या है?

(ख) तीन-क्षेत्र मॉडल में :

$$C = 400 + 0.8Y_d$$

$$I = 1400 - 100i,$$

$$T_x = 500$$

$$G = 500$$

$$L = 0.20Y - 50i$$

$$M = 1000$$

(i) आईएस वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए। (2)

(ii) एलएम वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए। (2)

(iii) आउटपुट, ब्याज दर, उपभोग और निवेश को दर्शाते हुए आईएस और एलएम वक्रों के लिए एक साथ संतुलन ज्ञात कीजिए। (3)

(iv) आईएस समीकरण ज्ञात कीजिए जहाँ सरकारी खर्च 500 से 800 तक बढ़ता है। साथ ही नया आउटपुट, ब्याज दर, उपभोग और निवेश भी ज्ञात कीजिए। (5)

6. (क) (i) क्राउडिंग आउट प्रभाव क्या है और यह कब होता है?
पर्याप्त क्राउडिंग आउट के सामने, कौन अधिक सफल होगा, राजकोषीय या मौद्रिक नीति? (5)
- (ii) पूर्ण रोजगार बजट अधिशेष क्या है? (4)
- (ख) (i) जीडीपी डिफ्लेटर और उपभोक्ता मूल्य सूचकांक में क्या अंतर है? यदि नॉमिनल जीडीपी = \$ 3280, वास्तविक जीडीपी = 1840 है, तो जीडीपी डिफ्लेटर की गणना कीजिए। (6)
- (ii) मान लीजिए कि किसी व्यक्ति की वार्षिक आय \$1000 है और इसका मुद्रा मांग फंक्शन इस प्रकार दिया गया है: $M^d = \$ Y(0.35 - i)$, ब्याज दर 5% और 7% होने पर व्यक्ति की मुद्रा मांग की गणना कीजिए। मुद्रा मांग वक्र पर आय में परिवर्तन के प्रभाव को आरेखीय रूप से दिखाएँ। (3)

[This question paper contains 32 printed pages.]

(17/6/25)

Your Roll No.....

Sr. No. of Question Paper : 6522

J

Unique Paper Code : 2272101203

Name of the Paper : Intermediate Statistics for Economics

Name of the Course : B.A. (Honours) Economics

Semester : II

Duration : 3 Hours

Maximum Marks : 90

Instructions for Candidates

1. Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.
2. Answers may be written either in English or Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.
3. All questions within each section are to be answered in a contiguous manner on the answer sheet. Start each question on a new page, and all subparts of a question should follow one after the other.
4. All intermediate calculations should be rounded off to 3 decimal places. The values provided in statistical tables should not be rounded off. All final calculations should be rounded off to two decimal places.
5. Use of a simple non-programmable calculator is allowed.
6. Statistical tables are attached for your reference.
7. This paper contains two sections. Attempt both sections.

छात्रों के लिए निर्देश

1. इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए।
2. इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिंदी किसी एक भाषा में दीजिए, लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए।

3. प्रत्येक खंड के सभी प्रश्नों के उत्तर उत्तर पुस्तिका पर एक साथ दिए जाने हैं। प्रत्येक प्रश्न को एक नए पृष्ठ पर शुरू करें, तथा प्रश्न के सभी उपभाग एक के बाद एक होने चाहिए।
4. सभी मध्यवर्ती गणनाओं को 3 दशमलव स्थानों तक पूर्णांकित किया जाना चाहिए। सांख्यिकीय तालिकाओं में दिए गए मानों को पूर्णांकित नहीं किया जाना चाहिए। सभी अंतिम गणनाओं को दो दशमलव स्थानों तक पूर्णांकित किया जाना चाहिए।
5. एक साधारण गैर-प्रोग्रामेबल कैलकुलेटर का उपयोग करने की अनुमति है।
6. आपके संदर्भ के लिए सांख्यिकीय तालिकाएँ संलग्न हैं।
7. इस पेपर में दो खंड हैं। दोनों खंड कीजिए।

Section I

All questions in Section I are compulsory.

1. Let X be the number of words typed by a student in a minute. Suppose the probability distribution of X is as follows :

X	40	50	60	70
$P(X = x)$	0.1	0.4	0.3	0.2

Obtain the sampling distribution of the average number of words typed in a minute ($\bar{X}$) by 2 students. Verify that the expected value of $\bar{X}$ is equal to the population mean.

(10)

2. (a) Suppose the number of hours per week that a college student spends on social media platforms (X) has a mean of 20 hours and a standard deviation of 4 hours. If sixty students are selected randomly, what is the probability that the average hours spent by this group on social media in a week is between 19.8 and 21.1 hours?
- (b) Let the random variables X , Y and Z have the mean as 2, -3 and 4 and the variances as 1, 5 and 2, respectively. Moreover, the covariance between X and Y is -2, between X and Z is -1 and between Y and Z is 1. Find the mean and variance of $W = 3X - Y + 2Z$. (5+5)

3. (a) Show that $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ is a biased estimator for σ^2 . Suppose μ

is known and does not have to be estimated by $\bar{X}$. Show that

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2 \text{ is unbiased for } \sigma^2.$$

- (b) Suppose a random variable has the following pdf :

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \theta k^\theta \left(\frac{1}{x}\right)^{\theta+1} & ; x \geq k \text{ and } \theta > 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

- (i) Assume k is known, obtain Method of Moments (MOM) estimator for θ .
- (ii) Assume k is known, obtain a Maximum Likelihood Estimator (MLE) for θ . (5+10)
4. (a) Assume that the yield (in tonne per hectare) for paddy (i.e. rice) is normally distributed with mean μ and variance σ^2 . For a random sample of 5 districts in Punjab, the yields (in tonne per hectare) in the year 2022-23 were 3.56, 5.25, 4.75, 4.48 and 4.03, resulting in a sample mean of 4.414 and a sample standard deviation of 0.6506. Find a 90% confidence interval for μ .
- (b) In a study of habits of programmes watching on OTT platforms, it is desired to estimate the average number of hours that an undergraduate student spends watching programmes on OTT platforms. If the investigator believes that almost all times in the distribution are between 0 hours and 70 hours and population distribution is not too skewed. What sample size would be appropriate for estimating the true average time to within 5 hours with a confidence level of 95%?
- (c) For developing countries in Asia and Africa, let p_1 and p_2 be the respective proportions of preschool children with chronic malnutrition (stunting). If respective random samples of $n_1 = 1300$ and $n_2 = 1100$ yielded $x_1 = 510$ and $x_2 = 385$ children with chronic malnutrition, find an approximate 95% confidence interval for $p_1 - p_2$. (5+5+5)

Section II

Attempt any two questions from questions 5, 6 and 7.

5. (a) The incidence of a certain type of disease in some tropical country 'ABC' is believed to be 1 in 75. A random sample of 800 individuals of a particular state of that country reveals 16 who have such a disease. Can it be concluded that the incidence rate of this disease among the residents of that state differs from the presumed rate for the entire population of the country?
- (i) State and test the relevant hypothesis using the significance level of 5%. What type of error might you have committed in reaching this conclusion?
- (ii) What P-value is associated with this test? Based on the p-value approach, can the null hypothesis be rejected at a significance level of 20%?
- (b) Suppose the weights of two different glass products are normally distributed with average weights μ_1 and μ_2 , respectively. A sample from each of the populations is drawn with the following sample statistics

	Sample Size	Sample Mean	Sample Variance
Sample 1	6	22.73	0.027
Sample 2	5	21.95	0.058

Test whether the mean weights of the two distributions are different or not, using the level of significance of 5%. Which test do you use here and why? (10+10)

6. (a) Let X denote the thickness (in mm) of spearmint gum manufactured for vending machines. Assume that the distribution of X is normal with $\sigma = 1.20$. A random sample of 25 observations was drawn resulting in a sample mean of 7.8.

(i) Test $H_0 : \mu = 7.5$ against $H_a : \mu \neq 7.5$ at a significance level 1%.

(ii) Using the information in part (i), find the probability of making a type II error when $\mu = 7.3$.

(iii) Using the information in part (i) and (ii), find the appropriate sample size to ensure that the probability of making a type II error is 10% when $\alpha = 0.01$?

- (b) Students looked at the effect of a certain fertilizer on plant growth. The students tested this fertilizer on one group of plants (group A) and did not give fertilizer to a second group (group B). The growth of plants, in mm, over six weeks were as follows:

Group A	55	61	33	57	17	46
Group B	31	27	12	44	9	25

Test at 5% level of significance whether the fertilizer enhanced the growth of plants or not (assume equal variances).

(15+5)

7. (a) The security department of a factory wants to know whether the true average time required by the night guard to walk his round is 30 minutes. If, in a random sample of 25 rounds from a normally distributed population, the time taken by the night guard averaged 30.8 minutes with a standard deviation of 1.5 minutes, determine whether this sample provides evidence to reject the null hypothesis of $\mu = 30$ minutes in favour of the alternative hypothesis $\mu > 30$. Use the p-value to test the hypothesis at a 1% level of significance and interpret the result.
- (b) Determine, based on the sample data shown in the following table, whether the true proportion of shoppers favouring shampoo A over shampoo B is the same in the two cities

	Number favouring shampoo A	Number favouring shampoo B	Total
Delhi	132	68	200
Pune	160	90	250

Use the 0.05 level of significance.

- (c) Let X_1 and X_2 constitute a random sample from a normal population with $\sigma^2 = 1$. If the null hypothesis $\mu = \mu_0$ is to be rejected in favour of the alternative hypothesis $\mu > \mu_0$ when $\bar{x} > \mu_0 + 1$, what is the size of the rejection region (i.e. α)?

- (d) A random sample of $n_x = 7$ brand X light bulbs yielded $\bar{x} = 891$ hours and $s_x^2 = 9201$. A random sample of $n_y = 10$ brand Y light bulbs yielded $\bar{y} = 592$ hours and $s_y^2 = 4856$. Use this data to test $H_0: \sigma_x^2/\sigma_y^2 = 1$ against $H_1: \sigma_x^2/\sigma_y^2 > 1$. Use the level of significance as 0.05 and state your assumptions in conducting the test. (5+5+5+5)

स्वच्छ 1

स्वच्छ 1 के सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

1. मान लीजिए X एक मिनट में एक छात्र द्वारा टाइप किए गए शब्दों की संख्या है। मान लीजिए X का प्रायिकता वितरण इस प्रकार है :

X	40	50	60	70
$P(X = x)$	0.1	0.4	0.3	0.2

2 विद्यार्थियों द्वारा एक मिनट में टाइप किए गए शब्दों की औसत संख्या ($\bar{X}$) का नमूना वितरण प्राप्त

कीजिए। सिद्ध कीजिए कि $\bar{X}$ का अपेक्षित मान जनसंख्या माध्य के समान है। (10)

2. (क) मान लीजिए कि एक कॉलेज छात्र द्वारा प्रति सप्ताह सोशल मीडिया प्लेटफॉर्म (X) पर बिताए जाने वाले घंटों की संख्या का माध्य 20 घंटे और मानक विचलन 4 घंटे है। यदि साठ विद्यार्थियों का यादृच्छिक चयन किया जाए, तो इसकी कितनी संभावना है कि इस समूह द्वारा एक सप्ताह में सोशल मीडिया पर बिताए जाने वाले औसत घंटे 19.8 और 21.1 घंटे के बीच होंगे?

(स्व) मान लीजिए यादृच्छिक चर X , Y और Z का माध्य क्रमशः 2, -3 और 4 है तथा प्रसरण क्रमशः 1, 5 और 2 है। इसके अलावा, X और Y के बीच सहप्रसरण -2 है, X और Z के बीच -1 है तथा Y और Z के बीच 1 है। $W = 3X - Y + 2Z$ का माध्य और प्रसरण ज्ञात कीजिए।

(5+5)

3. (d) यह दर्शाइए कि $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$, σ^2 का एक अभिनत आकलक है। मान

लीजिए कि μ ज्ञात है और इसका अनुमान $\bar{X}$ द्वारा लगाए जाने की आवश्यकता नहीं है। यह

दर्शाइए कि $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$, σ^2 का एक अनभिनत आकलक है।

(स्व) मान लीजिए कि एक यादृच्छिक चर की निम्नलिखित पीडीएफ है :

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \theta k^\theta \left(\frac{1}{x}\right)^{\theta+1} & ; x \geq k \text{ and } \theta > 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

(i) मान लीजिए k ज्ञात है, तो θ के लिए आघूर्ण विधि आकलक (एमओएम) प्राप्त कीजिए।

(ii) मान लीजिए k ज्ञात है, तो θ के लिए अधिकतम संभावित आकलन (एमएलई)

प्राप्त कीजिए।

(5 + 10)

4. (क) मान लीजिए कि धान (अर्थात् चावल) की पैदावार (टन प्रति हेक्टेयर में) माध्य μ और विचरण σ^2 के साथ सामान्य रूप से वितरित होती है। पंजाब के 5 जिलों के यादृच्छिक नमूने के अनुसार, वर्ष 2022-23 में पैदावार (टन प्रति हेक्टेयर में) 3.56, 5.25, 4.75, 4.48 और 4.03 थी, जिसके परिणामस्वरूप नमूना माध्य 4.414 और नमूना मानक विचलन 0.6506 था। μ के लिए 90% कॉन्फिडेंस इंटरवल ज्ञात कीजिए।

(ख) ओटीटी प्लेटफॉर्म पर कार्यक्रम देखने की आदतों के एक अध्ययन में, यह अनुमान लगाना वांछित है कि एक स्नातक छात्र ओटीटी प्लेटफॉर्म पर कार्यक्रम देखने में औसतन कितने घंटे बिताता है। यदि जांचकर्ता का यह मानना है कि लगभग पूरे समय में वितरण 0 घंटे से 70 घंटे के बीच है और जनसंख्या वितरण बहुत अधिक विषम नहीं है। तो 95% के विश्वास स्तर के साथ 5 घंटे के भीतर वास्तविक औसत समय का अनुमान लगाने के लिए कौन-सा नमूना आकार उपयुक्त होगा?

- (ग) मान लीजिए p_1 और p_2 एशिया और अफ्रीका के विकासशील देशों के प्रीस्कूल के बच्चों के स्थायी कुपोषण (स्टटिंग) से ग्रसित होने का अनुपात है। यदि क्रमशः $n_1=1300$ और $n_2=1100$ के यादृच्छिक नमूनों से $x_1=520$ और $x_2=385$ बच्चे दीर्घकालिक कुपोषण से ग्रस्त पाए गए हों, तो $p_1 - p_2$ के लिए लगभग 95% कॉन्फिडेंस इंटरवल ज्ञात कीजिए।

(5 + 5 + 5)

प्रश्न 5, 6 और 7 में से किन्हीं दो प्रश्नों का उत्तर दीजिए।

5. (क) ऐसा माना जाता है कि किसी उष्णकटिबंधीय देश 'एबीसी' में किसी विशिष्ट प्रकार की बीमारी का प्रकोप 75 में से 1 को होने का है। उस देश के किसी विशेष राज्य के 800 व्यक्तियों के यादृच्छिक नमूने से पता चलता है कि 16 व्यक्तियों में यह रोग है। क्या यह निष्कर्ष निकाला जा सकता है कि उस राज्य के निवासियों में इस बीमारी से ग्रसित होने की दर देश की संपूर्ण जनसंख्या के लिए अनुमानित दर से भिन्न है?

(i) 5% के महत्व स्तर का उपयोग करके प्रासंगिक परिकल्पना बताइए और उसका परीक्षण कीजिए। इस निष्कर्ष पर पहुंचने में आपने किस प्रकार की त्रुटि की होगी?

(ii) इस परीक्षण से P-का कौन-सा मान जुड़ा हुआ है? P-मान दृष्टिकोण के आधार पर, क्या शून्य परिकल्पना को 20% के महत्व स्तर पर अस्वीकार किया जा सकता है?

(ख) मान लीजिए कि दो अलग-अलग ग्लास उत्पादों के भार सामान्य रूप से वितरित हैं, जिनका औसत भार क्रमशः μ_1 और μ_2 है। प्रत्येक जनसंख्या समूह से एक नमूना निम्नलिखित नमूना सांख्यिकी के साथ लिया गया है

	नमूने का आकार	नमूने का माध्य	नमूने का विचरण
नमूना 1	6	22.73	0.027
नमूना 2	5	21.95	0.058

5% के महत्व के स्तर का उपयोग करके परीक्षण कीजिए कि दो वितरणों में औसत भार भिन्न है या नहीं। यहाँ पर आप कौन-से परीक्षण का उपयोग करेंगे और क्यों? (10 + 10)

6. (क) मान लीजिए X वेडिंग मशीनों के लिए निर्मित स्पियरमिंट गम की मोटाई (मिमी में) को दर्शाता है। मान लें कि X का वितरण $\sigma = 1.20$ के साथ सामान्य है। 25 अवलोकनों का एक यादृच्छिक नमूना तैयार किया गया जिसके परिणामस्वरूप नमूना माध्य 7.8 प्राप्त हुआ।

(i) महत्व स्तर 1% पर $H_a: \mu \neq 7.5$ के विरुद्ध $H_0: \mu = 7.5$ का परीक्षण कीजिए।

(ii) भाग (i) में दी गई जानकारी का उपयोग करते हुए, $\mu = 7.3$ हो, तो टाइप II त्रुटि होने की संभावना ज्ञात कीजिए।

(iii) भाग (i) और (ii) में दी गई जानकारी का उपयोग करते हुए, $\alpha = 0.01$ हो, तो यह सुनिश्चित करने के लिए उपयुक्त नमूना आकार ज्ञात कीजिए कि टाइप II त्रुटि होने की संभावना 10% है?

(ख) छात्रों ने पौधों की वृद्धि पर एक विशेष उर्वरक के प्रभाव को देखा। छात्रों ने इस उर्वरक का परीक्षण पौधों के एक समूह (समूह A) पर किया तथा दूसरे समूह (समूह B) को उर्वरक नहीं दिया। छह सप्ताह में पौधों की वृद्धि, मिलीमीटर में, निम्नानुसार थी :

समूह A	55	61	33	57	17	46
समूह B	31	27	12	44	9	25

5% महत्व के स्तर पर परीक्षण कीजिए कि उर्वरक ने पौधों की वृद्धि को बढ़ाया है या नहीं (समान प्रसरण मान लीजिए)।

(15 + 5)

7. (क) एक फ़ैक्टरी का सुरक्षा विभाग यह जानना चाहता है कि रात्रिकालीन गार्ड को अपना चक्कर लगाने में औसतन 30 मिनट का वास्तविक समय लगता है या नहीं। यदि सामान्य रूप में वितरित जनसंख्या से 25 चक्कर के यादृच्छिक नमूने में, रात्रिकालीन गार्ड द्वारा लिया गया समय औसतन 1.5 मिनट के मानक विचलन के साथ 30.8 मिनट है, तो ज्ञात कीजिए कि क्या यह नमूना वैकल्पिक परिकल्पना $\mu > 30$ के पक्ष में $\mu = 30$ मिनट की शून्य परिकल्पना को अस्वीकार करने के लिए साक्ष्य प्रदान करता है। 1% महत्व के स्तर पर परिकल्पना का परीक्षण करने और परिणाम की व्याख्या करने के लिए p-मान का उपयोग कीजिए।

- (ख) निम्नलिखित तालिका में दिखाए गए नमूना डेटा के आधार पर ज्ञात कीजिए कि क्या शैम्पू B की तुलना में शैम्पू A को पसंद करने वाले खरीदारों का वास्तविक अनुपात दोनों शहरों में समान है।

	शैम्पू A को पसंद करने वालों की संख्या	शैम्पू B को पसंद करने वालों की संख्या	कुल
दिल्ली	132	68	200
पुणे	160	90	250

0.05 महत्व स्तर का उपयोग कीजिए।

- (ग) मान लीजिए X_1 और X_2 , $\sigma^2 = 1$ वाली एक सामान्य जनसंख्या से एक यादृच्छिक नमूना बनाते हैं। यदि $\bar{x} > \mu_0 + 1$ है, तो शून्य परिकल्पना $\mu = \mu_0$ को वैकल्पिक परिकल्पना $\mu > \mu_0$ के पक्ष में अस्वीकृत किया जाना है, तो अस्वीकृति क्षेत्र (अर्थात् α) का आकार क्या है?

- (घ) $n_x = 7$ के एक यादृच्छिक नमूने से X ब्रांड के लाइट बल्बों से $\bar{x} = 891$ घंटे और $s_x^2 = 9201$ प्राप्त हुआ। $n_y = 10$ के एक यादृच्छिक नमूने से X ब्रांड के लाइट बल्बों से $\bar{y} = 592$ घंटे और $s_y^2 = 4856$ प्राप्त हुआ है। इस डेटा का $H_1: \sigma_x^2/\sigma_y^2 > 1$ के विरुद्ध $H_0: \sigma_x^2/\sigma_y^2 = 1$ का परीक्षण करने के लिए उपयोग कीजिए। 0.05 के महत्व स्तर का उपयोग कीजिए और परीक्षण किए जाने के दौरान अपनी मान्यताएं बताइए।
- (5 + 5 + 5 + 5)

A-2 Appendix Tables

Table A.1 Cumulative Binomial Probabilities

$$B(x, n, p) = \sum_{i=0}^x b(i, n, p)$$

a. $n = 5$

		<i>p</i>														
		0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
<i>x</i>	0	.951	.774	.590	.328	.237	.168	.078	.031	.010	.002	.001	.000	.000	.000	.000
	1	.999	.977	.919	.737	.633	.528	.337	.188	.087	.031	.016	.007	.000	.000	.000
	2	1.000	.999	.991	.942	.896	.837	.683	.500	.317	.163	.104	.058	.009	.001	.000
	3	1.000	1.000	1.000	.993	.984	.969	.913	.812	.663	.472	.367	.263	.081	.023	.001
	4	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.998	.990	.969	.922	.832	.763	.672	.410	.226	.049

b. $n = 10$

		<i>p</i>														
		0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
<i>x</i>	0	.904	.599	.349	.107	.056	.028	.006	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	1	.996	.914	.736	.376	.244	.149	.046	.011	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	2	1.000	.988	.930	.678	.526	.383	.167	.055	.012	.002	.000	.000	.000	.000	.000
	3	1.000	.999	.987	.879	.776	.650	.382	.172	.055	.011	.004	.001	.000	.000	.000
	4	1.000	1.000	.998	.967	.922	.850	.633	.377	.166	.047	.020	.006	.000	.000	.000
	5	1.000	1.000	1.000	.994	.980	.953	.834	.623	.367	.150	.078	.033	.002	.000	.000
	6	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.989	.945	.828	.618	.350	.224	.121	.013	.001	.000
	7	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.988	.945	.833	.617	.474	.322	.070	.012	.000
	8	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.989	.954	.851	.756	.624	.264	.086	.004
	9	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.994	.972	.944	.893	.651	.401	.096

c. $n = 15$

		<i>P</i>														
		0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
<i>x</i>	0	.860	.463	.206	.035	.013	.005	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	1	.990	.829	.549	.167	.080	.035	.005	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	2	1.000	.964	.816	.398	.236	.127	.027	.004	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	3	1.000	.995	.944	.648	.461	.297	.091	.018	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	4	1.000	.999	.987	.836	.686	.515	.217	.059	.009	.001	.000	.000	.000	.000	.000
	5	1.000	1.000	.998	.939	.852	.722	.403	.151	.034	.004	.001	.000	.000	.000	.000
	6	1.000	1.000	1.000	.982	.943	.869	.610	.304	.095	.015	.004	.001	.000	.000	.000
	7	1.000	1.000	1.000	.996	.983	.950	.787	.500	.213	.050	.017	.004	.000	.000	.000
	8	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.985	.905	.696	.390	.131	.057	.018	.000	.000	.000
	9	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.966	.849	.597	.278	.148	.061	.002	.000	.000
	10	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.991	.941	.783	.485	.314	.164	.013	.001	.000
	11	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.982	.909	.703	.539	.352	.056	.005	.000
	12	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.996	.973	.873	.764	.602	.184	.036	.000
	13	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.995	.965	.920	.833	.451	.171	.010
	14	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.995	.987	.965	.794	.537	.140

(continued)

d. $n = 20$

$$B(x; n, p) = \sum_{y=0}^x b(y; n, p)$$

	<i>p</i>														
	0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
0	.818	.358	.122	.012	.003	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
1	.983	.736	.392	.069	.024	.008	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
2	.999	.925	.677	.206	.091	.035	.004	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
3	1.000	.984	.867	.411	.225	.107	.016	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
4	1.000	.997	.957	.630	.415	.238	.051	.006	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
5	1.000	1.000	.989	.804	.617	.416	.126	.021	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000
6	1.000	1.000	.998	.913	.786	.608	.250	.058	.006	.000	.000	.000	.000	.000	.000
7	1.000	1.000	1.000	.968	.898	.772	.416	.132	.021	.001	.000	.000	.000	.000	.000
8	1.000	1.000	1.000	.990	.959	.887	.596	.252	.057	.005	.001	.000	.000	.000	.000
9	1.000	1.000	1.000	.997	.986	.952	.755	.412	.128	.017	.004	.001	.000	.000	.000
10	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.983	.872	.588	.245	.048	.014	.003	.000	.000	.000
11	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.995	.943	.748	.404	.113	.041	.010	.000	.000	.000
12	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.979	.868	.584	.228	.102	.032	.000	.000	.000
13	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.994	.942	.750	.392	.214	.087	.002	.000	.000
14	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.979	.874	.584	.383	.196	.011	.000	.000
15	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.994	.949	.762	.585	.370	.043	.003	.000
16	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.984	.893	.775	.589	.133	.016	.000
17	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.996	.965	.909	.794	.323	.075	.001
18	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.992	.976	.931	.608	.264	.017
19	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.997	.988	.878	.642	.182

(continued)

A-4

Table A.1 Cumulative Binomial Probabilities (cont.)

c. n = 25

$$B(x, n, p) = \sum_{y=0}^x b(y, n, p)$$

		p														
		0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
0	.778	.277	.072	.004	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
1	.974	.642	.271	.027	.007	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
2	.998	.873	.537	.098	.032	.009	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
3	1.000	.966	.764	.234	.096	.033	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
4	1.000	.993	.902	.421	.214	.090	.009	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
5	1.000	.999	.967	.617	.378	.193	.029	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
6	1.000	1.000	.991	.780	.561	.341	.074	.007	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
7	1.000	1.000	.998	.891	.727	.512	.154	.022	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
8	1.000	1.000	1.000	.953	.851	.677	.274	.054	.004	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
9	1.000	1.000	1.000	.983	.929	.811	.425	.115	.013	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
10	1.000	1.000	1.000	.994	.970	.902	.586	.212	.034	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000
11	1.000	1.000	1.000	.998	.980	.956	.732	.345	.078	.006	.001	.000	.000	.000	.000	.000
12	1.000	1.000	1.000	1.000	.997	.983	.846	.500	.154	.017	.003	.000	.000	.000	.000	.000
13	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.994	.922	.655	.268	.044	.020	.002	.000	.000	.000	.000
14	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.966	.788	.414	.098	.030	.006	.000	.000	.000	.000
15	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.987	.885	.575	.189	.071	.017	.000	.000	.000	.000
16	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.996	.946	.726	.323	.149	.047	.000	.000	.000	.000
17	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.978	.846	.488	.273	.109	.002	.000	.000	.000
18	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.993	.926	.659	.439	.220	.009	.000	.000	.000
19	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.971	.807	.622	.383	.033	.001	.000	.000
20	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.991	.910	.786	.579	.098	.007	.000	.000
21	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.967	.904	.766	.236	.034	.000	.000
22	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.991	.968	.902	.463	.127	.002	.002
23	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.993	.973	.729	.358	.026	.026
24	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.928	.723	.222	.222

Table A.2 Cumulative Poisson Probabilities

$$F(x; \mu) = \sum_{y=0}^x \frac{e^{-\mu} \mu^y}{y!}$$

		μ									
		.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0
x	0	.905	.819	.741	.670	.607	.549	.497	.449	.407	.368
	1	.995	.982	.963	.938	.910	.878	.844	.809	.772	.736
	2	1.000	.999	.996	.992	.986	.977	.966	.953	.937	.920
	3		1.000	1.000	.999	.998	.997	.994	.991	.987	.981
	4				1.000	1.000	1.000	.999	.999	.998	.996
	5							1.000	1.000	1.000	.999
	6										1.000

(continued)

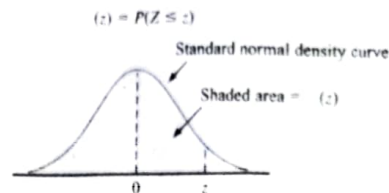
Table A.2 Cumulative Poisson Probabilities (cont.)

$$F(x; \mu) = \sum_{y=0}^x \frac{e^{-\mu} \mu^y}{y!}$$

x	μ										
	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0	15.0	20.0
0	.135	.050	.018	.007	.002	.001	.000	.000	.000	.000	.000
1	.406	.199	.092	.040	.017	.007	.003	.001	.000	.000	.000
2	.677	.423	.238	.125	.062	.030	.014	.006	.003	.000	.000
3	.857	.647	.433	.265	.151	.082	.042	.021	.010	.000	.000
4	.947	.815	.629	.440	.285	.173	.100	.055	.029	.001	.000
5	.983	.916	.785	.616	.446	.301	.191	.116	.067	.003	.000
6	.995	.966	.889	.762	.606	.450	.313	.207	.130	.008	.000
7	.999	.988	.949	.867	.744	.599	.453	.324	.220	.018	.001
8	1.000	.996	.979	.932	.847	.729	.593	.456	.333	.037	.002
9		.999	.992	.968	.916	.830	.717	.587	.458	.070	.005
10		1.000	.997	.986	.957	.901	.816	.706	.583	.118	.011
11			.999	.995	.980	.947	.888	.803	.697	.185	.021
12			1.000	.998	.991	.973	.936	.876	.792	.268	.039
13				.999	.996	.987	.966	.926	.864	.363	.066
14				1.000	.999	.994	.983	.959	.917	.466	.105
15					.999	.998	.992	.978	.951	.568	.157
16					1.000	.999	.996	.989	.973	.664	.221
17						1.000	.998	.995	.986	.749	.297
18							.999	.998	.993	.819	.381
19							1.000	.999	.997	.875	.470
20								1.000	.998	.917	.559
21									.999	.947	.644
22									1.000	.967	.721
23										.981	.787
24										.989	.843
25										.994	.888
26										.997	.922
27										.998	.948
28										.999	.966
29										1.000	.978
30											.987
31											.992
32											.995
33											.997
34											.999
35											.999
36											1.000

A-6 Standard Tables

Table A.3 Standard Normal Curve Areas



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
-3.4	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0002
-3.3	.0005	.0005	.0005	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0003
-3.2	.0007	.0007	.0006	.0006	.0006	.0006	.0006	.0005	.0005	.0005
-3.1	.0010	.0009	.0009	.0009	.0008	.0008	.0008	.0008	.0007	.0007
-3.0	.0013	.0013	.0013	.0012	.0012	.0011	.0011	.0011	.0010	.0010
-2.9	.0019	.0018	.0017	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
-2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
-2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
-2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
-2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0038
-2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
-2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
-2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
-2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
-2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
-1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
-1.8	.0359	.0352	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
-1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
-1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
-1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
-1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0722	.0708	.0694	.0681
-1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
-1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
-1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
-1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
-0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
-0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
-0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2296	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
-0.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
-0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
-0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
-0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3482
-0.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
-0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
-0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641

(continued)

Table A.3 Standard Normal Curve Areas (cont.)

$$\Phi(z) = P(Z \leq z)$$

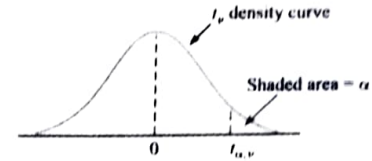
z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9278	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

A-8 Appendix Tables

Table A.4 The Incomplete Gamma Function

$$F(x; \alpha) = \int_0^x \frac{1}{\Gamma(\alpha)} y^{\alpha-1} e^{-y} dy$$

$x \backslash \alpha$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	.632	.264	.080	.019	.004	.001	.000	.000	.000	.000
2	.865	.594	.323	.143	.053	.017	.005	.001	.000	.000
3	.950	.801	.577	.353	.185	.084	.034	.012	.004	.001
4	.982	.908	.762	.567	.371	.215	.111	.051	.021	.008
5	.993	.960	.875	.735	.560	.384	.238	.133	.068	.032
6	.998	.983	.938	.849	.715	.554	.394	.256	.153	.084
7	.999	.993	.970	.918	.827	.699	.550	.401	.271	.170
8	1.000	.997	.986	.958	.900	.809	.687	.547	.407	.283
9		.999	.994	.979	.945	.884	.793	.676	.544	.413
10		1.000	.997	.990	.971	.933	.870	.780	.667	.542
11			.999	.995	.985	.962	.921	.857	.768	.659
12			1.000	.998	.992	.980	.954	.911	.845	.758
13				.999	.996	.989	.974	.946	.900	.834
14				1.000	.998	.994	.986	.968	.938	.891
15					.999	.997	.992	.982	.963	.930

Table A.5 Critical Values for t Distributions

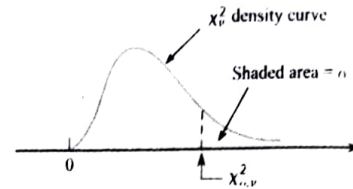
v	α						
	.10	.05	.025	.01	.005	.001	.0005
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	318.31	636.62
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.326	31.598
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.213	12.924
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	4.140
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686	4.015
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.965
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610	3.922
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527	3.819
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505	3.792
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485	3.767
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467	3.745
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450	3.725
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435	3.707
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421	3.690
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408	3.674
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396	3.659
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385	3.646
32	1.309	1.694	2.037	2.449	2.738	3.365	3.622
34	1.307	1.691	2.032	2.441	2.728	3.348	3.601
36	1.306	1.688	2.028	2.434	2.719	3.333	3.582
38	1.304	1.686	2.024	2.429	2.712	3.319	3.566
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307	3.551
50	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678	3.262	3.496
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232	3.460
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.160	3.373
	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.291

A-10

Table A.6 Tolerance Critical Values for Normal Population Distributions

Confidence Level % of Population Captured	Two-sided Intervals						One-sided Intervals					
	95%			99%			95%			99%		
	N	90%	95%	N	90%	95%	N	90%	95%	N	90%	95%
2	32 019	37 674	48 430	160 193	188 491	242 300	20 581	26 260	37 094	103 029	131 426	185 617
3	8 380	9 916	12 861	18 930	22 401	29 055	6 156	7 656	10 553	13 995	17 370	23 896
4	5 369	6 370	8 299	9 398	11 150	14 527	4 162	5 144	7 042	9 380	12 387	17 187
5	4 275	5 079	6 634	6 612	7 855	10 260	3 407	4 203	5 741	7 362	9 081	12 387
6	3 712	4 414	5 775	5 337	6 345	8 301	3 006	3 708	5 062	6 411	8 019	10 315
7	3 369	4 007	5 248	4 613	5 488	7 187	2 756	3 400	4 642	5 859	7 228	9 012
8	3 136	3 732	4 891	4 147	4 936	6 468	2 582	3 187	4 354	5 497	6 855	8 512
9	2 967	3 532	4 631	3 822	4 550	5 966	2 454	3 031	4 143	5 241	6 592	8 389
10	2 839	3 379	4 433	3 582	4 265	5 594	2 355	2 911	3 981	5 048	6 398	8 174
11	2 737	3 259	4 277	3 397	4 045	5 308	2 275	2 815	3 852	4 898	6 156	7 929
12	2 655	3 162	4 150	3 250	3 870	5 079	2 210	2 736	3 747	4 777	5 928	7 692
13	2 587	3 081	4 044	3 130	3 727	4 893	2 155	2 671	3 659	4 677	5 828	7 592
14	2 529	3 012	3 955	3 029	3 608	4 737	2 109	2 615	3 585	4 593	5 744	7 492
15	2 480	2 954	3 878	2 945	3 507	4 605	2 068	2 566	3 520	4 522	5 673	7 392
16	2 437	2 903	3 812	2 872	3 421	4 492	2 033	2 524	3 464	4 460	5 613	7 312
17	2 400	2 858	3 754	2 808	3 345	4 393	2 002	2 486	3 414	4 405	5 563	7 263
18	2 366	2 819	3 702	2 753	3 279	4 307	1 974	2 453	3 370	4 357	5 514	7 214
19	2 337	2 784	3 656	2 703	3 221	4 230	1 949	2 423	3 331	4 314	5 465	7 165
20	2 310	2 752	3 615	2 659	3 168	4 161	1 926	2 396	3 295	4 276	5 416	7 116
25	2 208	2 631	3 457	2 494	2 972	3 904	1 838	2 292	3 158	4 129	5 316	7 016
30	2 140	2 549	3 350	2 385	2 841	3 733	1 777	2 220	3 064	4 030	5 216	6 916
35	2 090	2 490	3 272	2 306	2 748	3 611	1 732	2 167	2 995	3 957	5 116	6 816
40	2 052	2 445	3 213	2 247	2 677	3 518	1 697	2 126	2 941	3 902	5 067	6 767
45	2 021	2 408	3 165	2 200	2 621	3 444	1 669	2 092	2 898	3 857	5 018	6 718
50	1 996	2 379	3 126	2 162	2 576	3 385	1 646	2 065	2 863	3 821	4 969	6 669
60	1 958	2 333	3 066	2 103	2 506	3 293	1 609	2 022	2 807	3 764	4 920	6 620
70	1 929	2 299	3 021	2 060	2 454	3 225	1 581	1 990	2 765	3 722	4 871	6 571
80	1 907	2 272	2 986	2 026	2 414	3 173	1 559	1 965	2 733	3 688	4 822	6 522
90	1 889	2 251	2 958	1 999	2 382	3 130	1 542	1 944	2 706	3 661	4 773	6 473
100	1 874	2 233	2 934	1 977	2 355	3 096	1 527	1 927	2 684	3 639	4 724	6 424
150	1 825	2 175	2 859	1 905	2 270	2 983	1 478	1 870	2 611	3 566	4 651	6 375
200	1 798	2 143	2 816	1 865	2 222	2 921	1 450	1 837	2 570	3 524	4 602	6 326
250	1 780	2 121	2 788	1 839	2 191	2 880	1 431	1 815	2 542	3 496	4 573	6 277
300	1 767	2 106	2 767	1 820	2 169	2 850	1 417	1 800	2 522	3 476	4 553	6 258
∞	1 645	1 960	2 576	1 645	1 960	2 576	1 282	1 645	2 326	3 282	4 513	6 209

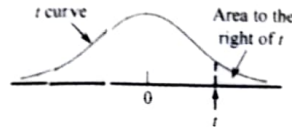
Table A.7 Critical Values for Chi-Squared Distributions



v	α									
	.995	.99	.975	.95	.90	.10	.05	.025	.01	.005
1	0.000	0.000	0.001	0.004	0.016	2.706	3.843	5.025	6.637	7.882
2	0.010	0.020	0.051	0.103	0.211	4.605	5.992	7.378	9.210	10.597
3	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	6.251	7.815	9.348	11.344	12.837
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	7.779	9.488	11.143	13.277	14.860
5	0.412	0.554	0.831	1.145	1.610	9.236	11.070	12.832	15.085	16.748
6	0.676	0.872	1.237	1.635	2.204	10.645	12.592	14.440	16.812	18.548
7	0.989	1.239	1.690	2.167	2.833	12.017	14.067	16.012	18.474	20.276
8	1.344	1.646	2.180	2.733	3.490	13.362	15.507	17.534	20.090	21.954
9	1.735	2.088	2.700	3.325	4.168	14.684	16.919	19.022	21.665	23.587
10	2.156	2.558	3.247	3.940	4.865	15.987	18.307	20.483	23.209	25.188
11	2.603	3.053	3.816	4.575	5.578	17.275	19.675	21.920	24.724	26.755
12	3.074	3.571	4.404	5.226	6.304	18.549	21.026	23.337	26.217	28.300
13	3.565	4.107	5.009	5.892	7.041	19.812	22.362	24.735	27.687	29.817
14	4.075	4.660	5.629	6.571	7.790	21.064	23.685	26.119	29.141	31.319
15	4.600	5.229	6.262	7.261	8.547	22.307	24.996	27.488	30.577	32.799
16	5.142	5.812	6.908	7.962	9.312	23.542	26.296	28.845	32.000	34.267
17	5.697	6.407	7.564	8.682	10.085	24.769	27.587	30.190	33.408	35.716
18	6.265	7.015	8.231	9.390	10.865	25.989	28.869	31.526	34.805	37.156
19	6.843	7.632	8.906	10.117	11.651	27.203	30.143	32.852	36.190	38.580
20	7.434	8.260	9.591	10.851	12.443	28.412	31.410	34.170	37.566	39.997
21	8.033	8.897	10.283	11.591	13.240	29.615	32.670	35.478	38.930	41.399
22	8.643	9.542	10.982	12.338	14.042	30.813	33.924	36.781	40.289	42.796
23	9.260	10.195	11.688	13.090	14.848	32.007	35.172	38.075	41.637	44.179
24	9.886	10.856	12.401	13.848	15.659	33.196	36.415	39.364	42.980	45.558
25	10.519	11.523	13.120	14.611	16.473	34.381	37.652	40.646	44.313	46.925
26	11.160	12.198	13.844	15.379	17.292	35.563	38.885	41.923	45.642	48.290
27	11.807	12.878	14.573	16.151	18.114	36.741	40.113	43.194	46.962	49.642
28	12.461	13.565	15.308	16.928	18.939	37.916	41.337	44.461	48.278	50.993
29	13.120	14.256	16.147	17.708	19.768	39.087	42.557	45.772	49.586	52.333
30	13.787	14.954	16.791	18.493	20.599	40.256	43.773	46.979	50.892	53.672
31	14.457	15.655	17.538	19.280	21.433	41.422	44.985	48.231	52.190	55.000
32	15.134	16.362	18.291	20.072	22.271	42.585	46.194	49.480	53.486	56.328
33	15.814	17.073	19.046	20.866	23.110	43.745	47.400	50.724	54.774	57.646
34	16.501	17.789	19.806	21.664	23.952	44.903	48.602	51.966	56.061	58.964
35	17.191	18.508	20.569	22.465	24.796	46.059	49.802	53.203	57.340	60.272
36	17.887	19.233	21.336	23.269	25.643	47.212	50.998	54.437	58.619	61.581
37	18.584	19.960	22.105	24.075	26.492	48.363	52.192	55.667	59.891	62.880
38	19.289	20.691	22.878	24.884	27.343	49.513	53.384	56.896	61.162	64.181
39	19.994	21.425	23.654	25.695	28.196	50.660	54.572	58.119	62.426	65.473
40	20.706	22.164	24.433	26.509	29.050	51.805	55.758	59.342	63.691	66.766

$$\text{For } v > 40, \chi^2_{\alpha, v} \approx v \left(1 - \frac{2}{9v} + z_{\alpha} \sqrt{\frac{2}{9v}} \right)^3$$

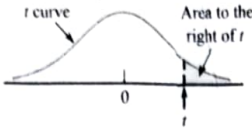
A-12 Appendix Tables

Table A.8 t Curve Tail Areas

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
0.0	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500
0.1	.468	.465	.463	.462	.462	.462	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461
0.2	.437	.430	.427	.426	.425	.424	.424	.423	.423	.423	.423	.422	.422	.422	.422	.422	.422	.422
0.3	.407	.396	.392	.390	.388	.387	.386	.386	.386	.385	.385	.385	.384	.384	.384	.384	.384	.384
0.4	.379	.364	.358	.355	.353	.352	.351	.350	.349	.349	.348	.348	.348	.347	.347	.347	.347	.347
0.5	.352	.333	.326	.322	.319	.317	.316	.315	.315	.314	.313	.313	.313	.312	.312	.312	.312	.312
0.6	.328	.305	.295	.290	.287	.285	.284	.283	.282	.281	.280	.279	.279	.279	.278	.278	.278	.278
0.7	.306	.278	.267	.261	.258	.255	.253	.252	.251	.250	.249	.249	.248	.247	.247	.247	.247	.246
0.8	.285	.254	.241	.234	.230	.227	.225	.223	.222	.221	.220	.220	.219	.218	.218	.218	.217	.217
0.9	.267	.232	.217	.210	.205	.201	.199	.197	.196	.195	.194	.193	.192	.191	.191	.191	.190	.190
1.0	.250	.211	.196	.187	.182	.178	.175	.173	.172	.170	.169	.169	.168	.167	.167	.166	.166	.165
1.1	.235	.193	.176	.167	.162	.157	.154	.152	.150	.149	.147	.146	.146	.144	.144	.144	.143	.143
1.2	.221	.177	.158	.148	.142	.138	.135	.132	.130	.129	.128	.127	.126	.124	.124	.124	.123	.123
1.3	.209	.162	.142	.132	.125	.121	.117	.115	.113	.111	.110	.109	.108	.107	.107	.106	.105	.105
1.4	.197	.148	.128	.117	.110	.106	.102	.100	.098	.096	.095	.093	.092	.091	.091	.090	.090	.089
1.5	.187	.136	.115	.104	.097	.092	.089	.086	.084	.082	.081	.080	.079	.077	.077	.077	.076	.075
1.6	.178	.125	.104	.092	.085	.080	.077	.074	.072	.070	.069	.068	.067	.065	.065	.065	.064	.064
1.7	.169	.116	.094	.082	.075	.070	.065	.064	.062	.060	.059	.057	.056	.055	.055	.054	.054	.053
1.8	.161	.107	.085	.073	.066	.061	.057	.055	.053	.051	.050	.049	.048	.046	.046	.045	.045	.044
1.9	.154	.099	.077	.065	.058	.053	.050	.047	.045	.043	.042	.041	.040	.038	.038	.038	.037	.037
2.0	.148	.092	.070	.058	.051	.046	.043	.040	.038	.037	.035	.034	.033	.032	.032	.031	.031	.030
2.1	.141	.085	.063	.052	.045	.040	.037	.034	.033	.031	.030	.029	.028	.027	.027	.026	.025	.025
2.2	.136	.079	.058	.046	.040	.035	.032	.029	.028	.026	.025	.024	.023	.022	.022	.021	.021	.021
2.3	.131	.074	.052	.041	.035	.031	.027	.025	.023	.022	.021	.020	.019	.018	.018	.018	.017	.017
2.4	.126	.069	.048	.037	.031	.027	.024	.022	.020	.019	.018	.017	.016	.015	.015	.014	.014	.014
2.5	.121	.065	.044	.033	.027	.023	.020	.018	.017	.016	.015	.014	.013	.012	.012	.012	.011	.011
2.6	.117	.061	.040	.030	.024	.020	.018	.016	.014	.013	.012	.012	.011	.010	.010	.010	.009	.009
2.7	.113	.057	.037	.027	.021	.018	.015	.014	.012	.011	.010	.010	.009	.008	.008	.008	.008	.007
2.8	.109	.054	.034	.024	.019	.016	.013	.012	.010	.009	.009	.008	.008	.007	.007	.006	.006	.006
2.9	.106	.051	.031	.022	.017	.014	.011	.010	.009	.008	.007	.007	.006	.005	.005	.005	.005	.005
3.0	.102	.048	.029	.020	.015	.012	.010	.009	.007	.007	.006	.006	.005	.004	.004	.004	.004	.004
3.1	.099	.045	.027	.018	.013	.011	.009	.007	.006	.006	.005	.005	.004	.004	.004	.003	.003	.003
3.2	.096	.043	.025	.016	.012	.009	.008	.006	.005	.005	.004	.004	.003	.003	.003	.003	.003	.002
3.3	.094	.040	.023	.015	.011	.008	.007	.005	.005	.004	.004	.003	.003	.002	.002	.002	.002	.002
3.4	.091	.038	.021	.014	.010	.007	.006	.005	.004	.003	.003	.003	.002	.002	.002	.002	.002	.002
3.5	.089	.036	.020	.012	.009	.006	.005	.004	.003	.003	.002	.002	.002	.002	.002	.001	.001	.001
3.6	.086	.035	.018	.011	.008	.006	.004	.004	.003	.002	.002	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001
3.7	.084	.033	.017	.010	.007	.005	.004	.003	.002	.002	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001	.001
3.8	.082	.031	.016	.010	.006	.004	.003	.003	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001
3.9	.080	.030	.015	.009	.006	.004	.003	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001
4.0	.078	.029	.014	.008	.005	.004	.003	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.000	.000

(continued)

Table A.8 t Curve Tail Areas (cont.)



t	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	35	40	60	120	$\infty (= z)$
0.0	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500	.500
0.1	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.461	.460	.460	.460	.460	.460
0.2	.422	.422	.422	.422	.422	.422	.422	.422	.421	.421	.421	.421	.421	.421	.421	.421	.421
0.3	.384	.384	.384	.383	.383	.383	.383	.383	.383	.383	.383	.383	.383	.383	.383	.382	.382
0.4	.347	.347	.347	.346	.346	.346	.346	.346	.346	.346	.346	.346	.346	.346	.345	.345	.345
0.5	.311	.311	.311	.311	.311	.311	.311	.311	.311	.310	.310	.310	.310	.310	.309	.309	.309
0.6	.278	.278	.278	.277	.277	.277	.277	.277	.277	.277	.277	.277	.276	.276	.275	.275	.274
0.7	.246	.246	.246	.246	.245	.245	.245	.245	.245	.245	.245	.245	.244	.244	.243	.243	.242
0.8	.217	.217	.216	.216	.216	.216	.215	.215	.215	.215	.215	.215	.215	.214	.213	.213	.212
0.9	.190	.189	.189	.189	.189	.189	.188	.188	.188	.188	.188	.188	.187	.187	.186	.185	.184
1.0	.165	.165	.164	.164	.164	.164	.163	.163	.163	.163	.163	.163	.162	.162	.161	.160	.159
1.1	.143	.142	.142	.142	.141	.141	.141	.141	.141	.140	.140	.140	.139	.139	.138	.137	.136
1.2	.122	.122	.122	.121	.121	.121	.121	.120	.120	.120	.120	.120	.119	.119	.117	.116	.115
1.3	.105	.104	.104	.104	.103	.103	.103	.103	.102	.102	.102	.102	.101	.101	.099	.098	.097
1.4	.089	.089	.088	.088	.087	.087	.087	.087	.086	.086	.086	.086	.085	.085	.083	.082	.081
1.5	.075	.075	.074	.074	.074	.073	.073	.073	.073	.072	.072	.072	.071	.071	.069	.068	.067
1.6	.063	.063	.062	.062	.062	.061	.061	.061	.061	.060	.060	.060	.059	.059	.057	.056	.055
1.7	.053	.052	.052	.052	.051	.051	.051	.051	.050	.050	.050	.050	.049	.049	.048	.047	.046
1.8	.044	.043	.043	.043	.042	.042	.042	.042	.042	.041	.041	.041	.040	.040	.038	.037	.036
1.9	.036	.036	.036	.035	.035	.035	.035	.034	.034	.034	.034	.034	.033	.032	.031	.030	.029
2.0	.030	.030	.029	.029	.029	.028	.028	.028	.028	.028	.027	.027	.027	.026	.025	.024	.023
2.1	.025	.024	.024	.024	.023	.023	.023	.023	.023	.022	.022	.022	.022	.021	.020	.019	.018
2.2	.020	.020	.020	.019	.019	.019	.019	.018	.018	.018	.018	.018	.017	.017	.016	.015	.014
2.3	.016	.016	.016	.016	.015	.015	.015	.015	.015	.014	.014	.014	.014	.013	.012	.012	.011
2.4	.013	.013	.013	.013	.012	.012	.012	.012	.012	.012	.012	.011	.011	.011	.010	.009	.008
2.5	.011	.011	.010	.010	.010	.010	.010	.010	.009	.009	.009	.009	.009	.008	.008	.007	.006
2.6	.009	.009	.008	.008	.008	.008	.008	.008	.007	.007	.007	.007	.007	.007	.006	.005	.005
2.7	.007	.007	.007	.007	.006	.006	.006	.006	.006	.006	.006	.006	.005	.005	.004	.004	.003
2.8	.006	.006	.005	.005	.005	.005	.005	.005	.005	.005	.004	.004	.004	.004	.003	.003	.003
2.9	.005	.004	.004	.004	.004	.004	.004	.004	.004	.004	.004	.003	.003	.003	.003	.002	.002
3.0	.004	.004	.003	.003	.003	.003	.003	.003	.003	.003	.003	.003	.002	.002	.002	.002	.001
3.1	.003	.003	.003	.003	.003	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.001	.001	.001
3.2	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001
3.3	.002	.002	.002	.002	.002	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.000
3.4	.002	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.000
3.5	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.000	.000	.000
3.6	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.000	.000	.000	.000	.000
3.7	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
3.8	.001	.001	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
3.9	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
4.0	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000

A-14 Appendix Tables

Table A.9 Critical Values for F Distributions

		$\nu_1 = \text{numerator df}$								
$\nu_2 = \text{denominator df}$	α	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	.100	39.86	49.50	53.59	55.83	57.24	58.20	58.91	59.44	59.86
	.050	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	233.99	236.77	238.88	240.54
	.010	4052.20	4999.50	5403.40	5624.60	5763.60	5859.00	5928.40	5981.10	6022.50
	.001	405,284	500,000	540,379	562,500	576,405	585,937	592,873	598,144	602,284
2	.100	8.53	9.00	9.16	9.24	9.29	9.33	9.35	9.37	9.38
	.050	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38
	.010	98.50	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.37	99.39
	.001	998.50	999.00	999.17	999.25	999.30	999.33	999.36	999.37	999.39
3	.100	5.54	5.46	5.39	5.34	5.31	5.28	5.27	5.25	5.24
	.050	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81
	.010	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.35
	.001	167.03	148.50	141.11	137.10	134.58	132.85	131.58	130.62	129.86
4	.100	4.54	4.32	4.19	4.11	4.05	4.01	3.98	3.95	3.94
	.050	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00
	.010	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66
	.001	74.14	61.25	56.18	53.44	51.71	50.53	49.66	49.00	48.47
5	.100	4.06	3.78	3.62	3.52	3.45	3.40	3.37	3.34	3.32
	.050	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77
	.010	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16
	.001	47.18	37.12	33.20	31.09	29.75	28.83	28.16	27.65	27.24
6	.100	3.78	3.46	3.29	3.18	3.11	3.05	3.01	2.98	2.96
	.050	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10
	.010	13.75	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98
	.001	35.51	27.00	23.70	21.92	20.80	20.03	19.46	19.03	18.69
7	.100	3.59	3.26	3.07	2.96	2.88	2.83	2.78	2.75	2.72
	.050	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68
	.010	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72
	.001	29.25	21.69	18.77	17.20	16.21	15.52	15.02	14.63	14.33
8	.100	3.46	3.11	2.92	2.81	2.73	2.67	2.62	2.59	2.56
	.050	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39
	.010	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91
	.001	25.41	18.49	15.83	14.39	13.48	12.86	12.40	12.05	11.77
9	.100	3.36	3.01	2.81	2.69	2.61	2.55	2.51	2.47	2.44
	.050	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18
	.010	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35
	.001	22.86	16.39	13.90	12.56	11.71	11.13	10.70	10.37	10.11
10	.100	3.29	2.92	2.73	2.61	2.52	2.46	2.41	2.38	2.35
	.050	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02
	.010	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94
	.001	21.04	14.91	12.55	11.28	10.48	9.93	9.52	9.20	8.96
11	.100	3.23	2.86	2.66	2.54	2.45	2.39	2.34	2.30	2.27
	.050	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90
	.010	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63
	.001	19.69	13.81	11.56	10.35	9.58	9.05	8.66	8.35	8.12
12	.100	3.18	2.81	2.61	2.48	2.39	2.33	2.28	2.24	2.21
	.050	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80
	.010	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39
	.001	18.64	12.97	10.80	9.63	8.89	8.38	8.00	7.71	7.48

(continued)

Table A.9 Critical Values for *F* Distributions (cont.)

ν_1 = numerator df										
10	12	15	20	25	30	40	50	60	120	1000
60.19	60.71	61.22	61.74	62.05	62.26	62.53	62.69	62.79	63.06	63.30
241.88	243.91	245.95	248.01	249.26	250.10	251.14	251.77	252.20	253.25	254.19
6055.80	6106.30	6157.30	6208.70	6239.80	6260.60	6286.80	6302.50	6313.00	6339.40	6362.70
605,621	610,668	615,764	620,908	624,017	626,099	628,712	630,285	631,337	633,972	636,301
9.39	9.41	9.42	9.44	9.45	9.46	9.47	9.47	9.47	9.48	9.49
19.40	19.41	19.43	19.45	19.46	19.46	19.47	19.48	19.48	19.49	19.49
99.40	99.42	99.43	99.45	99.46	99.47	99.47	99.48	99.48	99.49	99.50
999.40	999.42	999.43	999.45	999.46	999.47	999.47	999.48	999.48	999.49	999.50
5.23	5.22	5.20	5.18	5.17	5.17	5.16	5.15	5.15	5.14	5.13
8.79	8.74	8.70	8.66	8.63	8.62	8.59	8.58	8.57	8.55	8.53
27.23	27.05	26.87	26.69	26.58	26.50	26.41	26.35	26.32	26.22	26.14
129.25	128.32	127.37	126.42	125.84	125.45	124.96	124.66	124.47	123.97	123.53
3.92	3.90	3.87	3.84	3.83	3.82	3.80	3.80	3.79	3.78	3.76
5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.70	5.69	5.66	5.63
14.55	14.37	14.20	14.02	13.91	13.84	13.75	13.69	13.65	13.56	13.47
48.05	47.41	46.76	46.10	45.70	45.43	45.09	44.88	44.75	44.40	44.09
3.30	3.27	3.24	3.21	3.19	3.17	3.16	3.15	3.14	3.12	3.11
4.74	4.68	4.62	4.56	4.52	4.50	4.46	4.44	4.43	4.40	4.37
10.05	9.89	9.72	9.55	9.45	9.38	9.29	9.24	9.20	9.11	9.03
26.92	26.42	25.91	25.39	25.08	24.87	24.60	24.44	24.33	24.06	23.82
2.94	2.90	2.87	2.84	2.81	2.80	2.78	2.77	2.76	2.74	2.72
4.06	4.00	3.94	3.87	3.83	3.81	3.77	3.75	3.74	3.70	3.67
7.87	7.72	7.56	7.40	7.30	7.23	7.14	7.09	7.06	6.97	6.89
18.41	17.99	17.56	17.12	16.85	16.67	16.44	16.31	16.21	15.98	15.77
2.70	2.67	2.63	2.59	2.57	2.56	2.54	2.52	2.51	2.49	2.47
3.64	3.57	3.51	3.44	3.40	3.38	3.34	3.32	3.30	3.27	3.23
6.62	6.47	6.31	6.16	6.06	5.99	5.91	5.86	5.82	5.74	5.66
14.08	13.71	13.32	12.93	12.69	12.53	12.33	12.20	12.12	11.91	11.72
2.54	2.50	2.46	2.42	2.40	2.38	2.36	2.35	2.34	2.32	2.30
3.35	3.28	3.22	3.15	3.11	3.08	3.04	3.02	3.01	2.97	2.93
5.81	5.67	5.52	5.36	5.26	5.20	5.12	5.07	5.03	4.95	4.87
11.54	11.19	10.84	10.48	10.26	10.11	9.92	9.80	9.73	9.53	9.36
2.42	2.38	2.34	2.30	2.27	2.25	2.23	2.22	2.21	2.18	2.16
3.14	3.07	3.01	2.94	2.89	2.86	2.83	2.80	2.79	2.75	2.71
5.26	5.11	4.96	4.81	4.71	4.65	4.57	4.52	4.48	4.40	4.32
9.89	9.57	9.24	8.90	8.69	8.55	8.37	8.26	8.19	8.00	7.84
2.32	2.28	2.24	2.20	2.17	2.16	2.13	2.12	2.11	2.08	2.06
2.98	2.91	2.85	2.77	2.73	2.70	2.66	2.64	2.62	2.58	2.54
4.85	4.71	4.56	4.41	4.31	4.25	4.17	4.12	4.08	4.00	3.92
8.75	8.45	8.13	7.80	7.60	7.47	7.30	7.19	7.12	6.94	6.78
2.25	2.21	2.17	2.12	2.10	2.08	2.05	2.04	2.03	2.00	1.98
2.85	2.79	2.72	2.65	2.60	2.57	2.53	2.51	2.49	2.45	2.41
4.54	4.40	4.25	4.10	4.01	3.94	3.86	3.81	3.78	3.69	3.61
7.92	7.63	7.32	7.01	6.81	6.68	6.52	6.42	6.35	6.18	6.02
2.19	2.15	2.10	2.06	2.03	2.01	1.99	1.97	1.96	1.93	1.91
2.75	2.69	2.62	2.54	2.50	2.47	2.43	2.40	2.38	2.34	2.30
4.30	4.16	4.01	3.86	3.76	3.70	3.62	3.57	3.54	3.45	3.37
7.29	7.00	6.71	6.40	6.22	6.09	5.93	5.83	5.76	5.59	5.44

(continued)

A-16 Appendix Tables

Table A.9 Critical Values for *F* Distributions (cont.)

		$\nu_1 = \text{numerator df}$								
	α	1	2	3	4	5	6	7	8	9
13	.100	3.14	2.76	2.56	2.43	2.35	2.28	2.23	2.20	2.16
	.050	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71
	.010	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19
	.001	17.82	12.31	10.21	9.07	8.35	7.86	7.49	7.21	6.98
14	.100	3.10	2.73	2.52	2.39	2.31	2.24	2.19	2.15	2.12
	.050	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65
	.010	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03
	.001	17.14	11.78	9.73	8.62	7.92	7.44	7.08	6.80	6.58
15	.100	3.07	2.70	2.49	2.36	2.27	2.21	2.16	2.12	2.09
	.050	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59
	.010	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89
	.001	16.59	11.34	9.34	8.25	7.57	7.09	6.74	6.47	6.26
16	.100	3.05	2.67	2.46	2.33	2.24	2.18	2.13	2.09	2.06
	.050	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54
	.010	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78
	.001	16.12	10.97	9.01	7.94	7.27	6.80	6.46	6.19	5.98
17	.100	3.03	2.64	2.44	2.31	2.22	2.15	2.10	2.06	2.03
	.050	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49
	.010	8.40	6.11	5.19	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68
	.001	15.72	10.66	8.73	7.68	7.02	6.56	6.22	5.96	5.75
18	.100	3.01	2.62	2.42	2.29	2.20	2.13	2.08	2.04	2.00
	.050	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46
	.010	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60
	.001	15.38	10.39	8.49	7.46	6.81	6.35	6.02	5.76	5.56
19	.100	2.99	2.61	2.40	2.27	2.18	2.11	2.06	2.02	1.98
	.050	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42
	.010	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52
	.001	15.08	10.16	8.28	7.27	6.62	6.18	5.85	5.59	5.39
20	.100	2.97	2.59	2.38	2.25	2.16	2.09	2.04	2.00	1.96
	.050	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39
	.010	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46
	.001	14.82	9.95	8.10	7.10	6.46	6.02	5.69	5.44	5.24
21	.100	2.96	2.57	2.36	2.23	2.14	2.08	2.02	1.98	1.95
	.050	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37
	.010	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.40
	.001	14.59	9.77	7.94	6.95	6.32	5.88	5.56	5.31	5.11
22	.100	2.95	2.56	2.35	2.22	2.13	2.06	2.01	1.97	1.93
	.050	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34
	.010	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35
	.001	14.38	9.61	7.80	6.81	6.19	5.76	5.44	5.19	4.99
23	.100	2.94	2.55	2.34	2.21	2.11	2.05	1.99	1.95	1.92
	.050	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32
	.010	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30
	.001	14.20	9.47	7.67	6.70	6.08	5.65	5.33	5.09	4.89
24	.100	2.93	2.54	2.33	2.19	2.10	2.04	1.98	1.94	1.91
	.050	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30
	.010	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26
	.001	14.03	9.34	7.55	6.59	5.98	5.55	5.23	4.99	4.80

(continued)

Table A.9 Critical Values for F Distributions (cont.)

ν_1 = numerator df										
10	12	15	20	25	30	40	50	60	120	1000
2.14	2.10	2.05	2.01	1.98	1.96	1.93	1.92	1.90	1.88	1.85
2.67	2.60	2.53	2.46	2.41	2.38	2.34	2.31	2.30	2.25	2.21
4.10	3.96	3.82	3.66	3.57	3.51	3.43	3.38	3.34	3.25	3.18
6.80	6.52	6.23	5.93	5.75	5.63	5.47	5.37	5.30	5.14	4.99
2.10	2.05	2.01	1.96	1.93	1.91	1.89	1.87	1.86	1.83	1.80
2.60	2.53	2.46	2.39	2.34	2.31	2.27	2.24	2.22	2.18	2.14
3.94	3.80	3.66	3.51	3.41	3.35	3.27	3.22	3.18	3.09	3.02
6.40	6.13	5.85	5.56	5.38	5.25	5.10	5.00	4.94	4.77	4.62
2.06	2.02	1.97	1.92	1.89	1.87	1.85	1.83	1.82	1.79	1.76
2.54	2.48	2.40	2.33	2.28	2.25	2.20	2.18	2.16	2.11	2.07
3.80	3.67	3.52	3.37	3.28	3.21	3.13	3.08	3.05	2.96	2.88
6.08	5.81	5.54	5.25	5.07	4.95	4.80	4.70	4.64	4.47	4.33
2.03	1.99	1.94	1.89	1.86	1.84	1.81	1.79	1.78	1.75	1.72
2.49	2.42	2.35	2.28	2.23	2.19	2.15	2.12	2.11	2.06	2.02
3.69	3.55	3.41	3.26	3.16	3.10	3.02	2.97	2.93	2.84	2.76
5.81	5.55	5.27	4.99	4.82	4.70	4.54	4.45	4.39	4.23	4.08
2.00	1.96	1.91	1.86	1.83	1.81	1.78	1.76	1.75	1.72	1.69
2.45	2.38	2.31	2.23	2.18	2.15	2.10	2.08	2.06	2.01	1.97
3.59	3.46	3.31	3.16	3.07	3.00	2.92	2.87	2.83	2.75	2.66
5.58	5.32	5.05	4.78	4.60	4.48	4.33	4.24	4.18	4.02	3.87
1.98	1.93	1.89	1.84	1.80	1.78	1.75	1.74	1.72	1.69	1.66
2.41	2.34	2.27	2.19	2.14	2.11	2.06	2.04	2.02	1.97	1.92
3.51	3.37	3.23	3.08	2.98	2.92	2.84	2.78	2.75	2.66	2.58
5.39	5.13	4.87	4.59	4.42	4.30	4.15	4.06	4.00	3.84	3.69
1.96	1.91	1.86	1.81	1.78	1.76	1.73	1.71	1.70	1.67	1.64
2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	2.00	1.98	1.93	1.88
3.43	3.30	3.15	3.00	2.91	2.84	2.76	2.71	2.67	2.58	2.50
5.22	4.97	4.70	4.43	4.26	4.14	3.99	3.90	3.84	3.68	3.53
1.94	1.89	1.84	1.79	1.76	1.74	1.71	1.69	1.68	1.64	1.61
2.35	2.28	2.20	2.12	2.07	2.04	1.99	1.97	1.95	1.90	1.85
3.37	3.23	3.09	2.94	2.84	2.78	2.69	2.64	2.61	2.52	2.43
5.08	4.82	4.56	4.29	4.12	4.00	3.86	3.77	3.70	3.54	3.40
1.92	1.87	1.83	1.78	1.74	1.72	1.69	1.67	1.66	1.62	1.59
2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.94	1.92	1.87	1.82
3.31	3.17	3.03	2.88	2.79	2.72	2.64	2.58	2.55	2.46	2.37
4.95	4.70	4.44	4.17	4.00	3.88	3.74	3.64	3.58	3.42	3.28
1.90	1.86	1.81	1.76	1.73	1.70	1.67	1.65	1.64	1.60	1.57
2.30	2.23	2.15	2.07	2.02	1.98	1.94	1.91	1.89	1.84	1.79
3.26	3.12	2.98	2.83	2.73	2.67	2.58	2.53	2.50	2.40	2.32
4.83	4.58	4.33	4.06	3.89	3.78	3.63	3.54	3.48	3.32	3.17
1.89	1.84	1.80	1.74	1.71	1.69	1.66	1.64	1.62	1.59	1.55
2.27	2.20	2.13	2.05	2.00	1.96	1.91	1.88	1.86	1.81	1.76
3.21	3.07	2.93	2.78	2.69	2.62	2.54	2.48	2.45	2.35	2.27
4.73	4.48	4.23	3.96	3.79	3.68	3.53	3.44	3.38	3.22	3.08
1.88	1.83	1.78	1.73	1.70	1.67	1.64	1.62	1.61	1.57	1.54
2.25	2.18	2.11	2.03	1.97	1.94	1.89	1.86	1.84	1.79	1.74
3.17	3.03	2.89	2.74	2.64	2.58	2.49	2.44	2.40	2.31	2.22
4.64	4.39	4.14	3.87	3.71	3.59	3.45	3.36	3.29	3.14	2.99

(continued)

A-18 Appendix Tables

Table A.9 Critical Values for *F* Distributions (cont.)

		$\nu_1 = \text{numerator df}$									
α		1	2	3	4	5	6	7	8	9	
$\nu_2 = \text{denominator df}$	25	.100	2.92	2.53	2.32	2.18	2.09	2.02	1.97	1.93	1.89
		.050	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28
		.010	7.77	5.57	4.68	4.18	3.85	3.63	3.46	3.32	3.22
		.001	13.88	9.22	7.45	6.49	5.89	5.46	5.15	4.91	4.71
	26	.100	2.91	2.52	2.31	2.17	2.08	2.01	1.96	1.92	1.88
		.050	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27
		.010	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.18
		.001	13.74	9.12	7.36	6.41	5.80	5.38	5.07	4.83	4.64
	27	.100	2.90	2.51	2.30	2.17	2.07	2.00	1.95	1.91	1.87
		.050	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25
		.010	7.68	5.49	4.60	4.11	3.78	3.56	3.39	3.26	3.15
		.001	13.61	9.02	7.27	6.33	5.73	5.31	5.00	4.76	4.57
	28	.100	2.89	2.50	2.29	2.16	2.06	2.00	1.94	1.90	1.87
		.050	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24
		.010	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12
		.001	13.50	8.93	7.19	6.25	5.66	5.24	4.93	4.69	4.50
	29	.100	2.89	2.50	2.28	2.15	2.06	1.99	1.93	1.89	1.86
		.050	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22
		.010	7.60	5.42	4.54	4.04	3.73	3.50	3.33	3.20	3.09
		.001	13.39	8.85	7.12	6.19	5.59	5.18	4.87	4.64	4.45
	30	.100	2.88	2.49	2.28	2.14	2.05	1.98	1.93	1.88	1.85
		.050	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21
		.010	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07
		.001	13.29	8.77	7.05	6.12	5.53	5.12	4.82	4.58	4.39
	40	.100	2.84	2.44	2.23	2.09	2.00	1.93	1.87	1.83	1.79
		.050	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12
		.010	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89
		.001	12.61	8.25	6.59	5.70	5.13	4.73	4.44	4.21	4.02
	50	.100	2.81	2.41	2.20	2.06	1.97	1.90	1.84	1.80	1.76
		.050	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13	2.07
		.010	7.17	5.06	4.20	3.72	3.41	3.19	3.02	2.89	2.78
		.001	12.22	7.96	6.34	5.46	4.90	4.51	4.22	4.00	3.82
	60	.100	2.79	2.39	2.18	2.04	1.95	1.87	1.82	1.77	1.74
		.050	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04
		.010	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72
		.001	11.97	7.77	6.17	5.31	4.76	4.37	4.09	3.86	3.69
	100	.100	2.76	2.36	2.14	2.00	1.91	1.83	1.78	1.73	1.69
		.050	3.94	3.09	2.70	2.46	2.31	2.19	2.10	2.03	1.97
		.010	6.90	4.82	3.98	3.51	3.21	2.99	2.82	2.69	2.59
		.001	11.50	7.41	5.86	5.02	4.48	4.11	3.83	3.61	3.44
	200	.100	2.73	2.33	2.11	1.97	1.88	1.80	1.75	1.70	1.66
		.050	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	2.06	1.98	1.93
		.010	6.76	4.71	3.88	3.41	3.11	2.89	2.73	2.60	2.50
		.001	11.15	7.15	5.63	4.81	4.29	3.92	3.65	3.43	3.26
	1000	.100	2.71	2.31	2.09	1.95	1.85	1.78	1.72	1.68	1.64
		.050	3.85	3.00	2.61	2.38	2.22	2.11	2.02	1.95	1.89
		.010	6.66	4.63	3.80	3.34	3.04	2.82	2.66	2.53	2.43
		.001	10.89	6.96	5.46	4.65	4.14	3.78	3.51	3.30	3.13

(continued)

Table A.9 Critical Values for F Distributions (cont.)

ν_1 = numerator df										
10	12	15	20	25	30	40	50	60	120	1000
1.87	1.82	1.77	1.72	1.68	1.66	1.63	1.61	1.59	1.56	1.52
2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.84	1.82	1.77	1.72
3.13	2.99	2.85	2.70	2.60	2.54	2.45	2.40	2.36	2.27	2.18
4.56	4.31	4.06	3.79	3.63	3.52	3.37	3.28	3.22	3.06	2.91
1.86	1.81	1.76	1.71	1.67	1.65	1.61	1.59	1.58	1.54	1.51
2.22	2.15	2.07	1.99	1.94	1.90	1.85	1.82	1.80	1.75	1.70
3.09	2.96	2.81	2.66	2.57	2.50	2.42	2.36	2.33	2.23	2.14
4.48	4.24	3.99	3.72	3.56	3.44	3.30	3.21	3.15	2.99	2.84
1.85	1.80	1.75	1.70	1.66	1.64	1.60	1.58	1.57	1.53	1.50
2.20	2.13	2.06	1.97	1.92	1.88	1.84	1.81	1.79	1.73	1.68
3.06	2.93	2.78	2.63	2.54	2.47	2.38	2.33	2.29	2.20	2.11
4.41	4.17	3.92	3.66	3.49	3.38	3.23	3.14	3.08	2.92	2.78
1.84	1.79	1.74	1.69	1.65	1.63	1.59	1.57	1.56	1.52	1.48
2.19	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.79	1.77	1.71	1.66
3.03	2.90	2.75	2.60	2.51	2.44	2.35	2.30	2.26	2.17	2.08
4.35	4.11	3.86	3.60	3.43	3.32	3.18	3.09	3.02	2.86	2.72
1.83	1.78	1.73	1.68	1.64	1.62	1.58	1.56	1.55	1.51	1.47
2.18	2.10	2.03	1.94	1.89	1.85	1.81	1.77	1.75	1.70	1.65
3.00	2.87	2.73	2.57	2.48	2.41	2.33	2.27	2.23	2.14	2.05
4.29	4.05	3.80	3.54	3.38	3.27	3.12	3.03	2.97	2.81	2.66
1.82	1.77	1.72	1.67	1.63	1.61	1.57	1.55	1.54	1.50	1.46
2.16	2.09	2.01	1.93	1.88	1.84	1.79	1.76	1.74	1.68	1.63
2.98	2.84	2.70	2.55	2.45	2.39	2.30	2.25	2.21	2.11	2.02
4.24	4.00	3.75	3.49	3.33	3.22	3.07	2.98	2.92	2.76	2.61
1.76	1.71	1.66	1.61	1.57	1.54	1.51	1.48	1.47	1.42	1.38
2.08	2.00	1.92	1.84	1.78	1.74	1.69	1.66	1.64	1.58	1.52
2.80	2.66	2.52	2.37	2.27	2.20	2.11	2.06	2.02	1.92	1.82
3.87	3.64	3.40	3.14	2.98	2.87	2.73	2.64	2.57	2.41	2.25
1.73	1.68	1.63	1.57	1.53	1.50	1.46	1.44	1.42	1.38	1.33
2.03	1.95	1.87	1.78	1.73	1.69	1.63	1.60	1.58	1.51	1.45
2.70	2.56	2.42	2.27	2.17	2.10	2.01	1.95	1.91	1.80	1.70
3.67	3.44	3.20	2.95	2.79	2.68	2.53	2.44	2.38	2.21	2.05
1.71	1.66	1.60	1.54	1.50	1.48	1.44	1.41	1.40	1.35	1.30
1.99	1.92	1.84	1.75	1.69	1.65	1.59	1.56	1.53	1.47	1.40
2.63	2.50	2.35	2.20	2.10	2.03	1.94	1.88	1.84	1.73	1.62
3.54	3.32	3.08	2.83	2.67	2.55	2.41	2.32	2.25	2.08	1.92
1.66	1.61	1.56	1.49	1.45	1.42	1.38	1.35	1.34	1.28	1.22
1.93	1.85	1.77	1.68	1.62	1.57	1.52	1.48	1.45	1.38	1.30
2.50	2.37	2.22	2.07	1.97	1.89	1.80	1.74	1.69	1.57	1.45
3.30	3.07	2.84	2.59	2.43	2.32	2.17	2.08	2.01	1.83	1.64
1.63	1.58	1.52	1.46	1.41	1.38	1.34	1.31	1.29	1.23	1.16
1.88	1.80	1.72	1.62	1.56	1.52	1.46	1.41	1.39	1.30	1.21
2.41	2.27	2.13	1.97	1.87	1.79	1.69	1.63	1.58	1.45	1.30
3.12	2.90	2.67	2.42	2.26	2.15	2.00	1.90	1.83	1.64	1.43
1.61	1.55	1.49	1.43	1.38	1.35	1.30	1.27	1.25	1.18	1.08
1.84	1.76	1.68	1.58	1.52	1.47	1.41	1.36	1.33	1.24	1.11
2.34	2.20	2.06	1.90	1.79	1.72	1.61	1.54	1.50	1.35	1.16
2.99	2.77	2.54	2.30	2.14	2.02	1.87	1.77	1.69	1.49	1.22